Thermodynamique
Chapitre 2

Correction – DM – Façon optimale de pomper

1 - La transformation est la suivante :

$$\text{État initial}\ \left|\begin{array}{l} p_1 = p_0 = 1\,\text{bar} \\ V_1 = V_0 + V_p \\ T_1 = T_0 \\ n_1 \end{array}\right. \quad \xrightarrow{\text{isotherme,gaz parfait}} \quad \text{État final}\ \left|\begin{array}{l} p_2 = \ ? \\ V_2 = V_0 \\ T_2 = T_0 \\ n_2 = n_1 \end{array}\right.$$

T et n étant constants, on a que $p_1V_1 = p_2V_2$, d'où

$$p_2 = p_1\frac{V_1}{V_2} = p_0\frac{V_0+V_p}{V_0} = p_0\left(1+\frac{V_p}{V_0}\right),\ \text{ d'où } \boxed{p_2 = p_0(1+\alpha) = 1{,}4\,\text{bar.}}$$

2 - Le volume final est évidemment le même : $V_2 = V_0$.

La température finale est aussi $T_2 = T_0$, puisqu'il est indiqué qu'on attend suffisamment longtemps pour que ce soit le cas. On a aussi $n_2 = n_1$.

La pression finale est donc $p_2 = \dfrac{n_2RT_2}{V_2} = \dfrac{n_1RT_0}{V_0}$ identique au cas précédent (car $n_1RT_0 = p_0(V_0+V_p)$, d'après la loi des GP appliquée dans l'état initial).

3 - Il s'agit d'une compression isotherme ($T = T_0 = \text{cst}$) et mécaniquement réversible (donc $p = p_{\text{ext}}$) d'un gaz parfait :

$$W = -\int_1^2 p_{\text{ext}}\mathrm{d}V \underset{\substack{\uparrow\\ \text{pext=p=nRT/V}}}{=} -\int_1^2 nRT\frac{\mathrm{d}V}{V} \underset{\substack{\uparrow\\ \text{T=T0 cst}}}{=} -nRT_0\int_1^2\frac{\mathrm{d}V}{V} = -n_1RT_0\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Or ici $n_1RT_0 = p_0V_1$ (loi GP à l'instant initial), et $V_2 = V_0$ et $V_1 = V_0 + V_p$, donc on trouve

$$\boxed{W = p_0V_1\ln(1+\alpha) = 236\,\text{J.}}$$

4 - a - L'étape 1→1' est réalisée rapidement, donc les transferts thermiques n'ont pas le temps de s'établir : on peut la supposer adiabatique. De plus l'énoncé indique qu'elle est supposée réversible (on néglige tout frottement).

b - Loi de Laplace (car gaz parfait + adiabatique + réversible) entre les états 1 et 1' :

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_{1'}V_{1'}^{\gamma-1},\ \text{ d'où }\ T_{1'} = T_1\times\left(\frac{V_1}{V_{1'}}\right)^{\gamma-1},$$

avec $T_1 = T_0$, $V_1 = V_0 + V_p$ et $V_{1'} = V_0$, on a donc $\boxed{T_{1'} = T_0 \times (1+\alpha)^{\gamma-1} = 343\,\mathrm{K}.}$

Remarque : on peut aussi calculer $p_{1'} = p_1 (V_{1'}/V_1)^\gamma = p_0 (1+\alpha)^\gamma = 1{,}6\,\mathrm{bar}$. Lors de l'étape 1'→2, cette pression redescendra à $p_2 = 1{,}4\,\mathrm{bar}$ par refroidissement (cf graphique à la fin).

c - $\star$ L'évolution 1→1' est une compression adiabatique réversible d'un gaz parfait, traitée en exercice de cours :

$$W = -\int_1^{1'} p_{\mathrm{ext}} \mathrm{d}V = \ldots = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left(\left(\frac{V_1}{V_{1'}}\right)^{\gamma-1} - 1\right).$$

Avec $p_1 = p_0$ $V_1' = V_0$ et $V_1 = V_0 + V_p$ on obtient $\boxed{W = 252\,\mathrm{J}.}$

Remarque : autre méthode en utilisant le 1er ppe : $C_V \Delta T = \Delta U = W + Q \underset{\substack{\uparrow \\ \mathrm{Q=0}}}{=} W$,

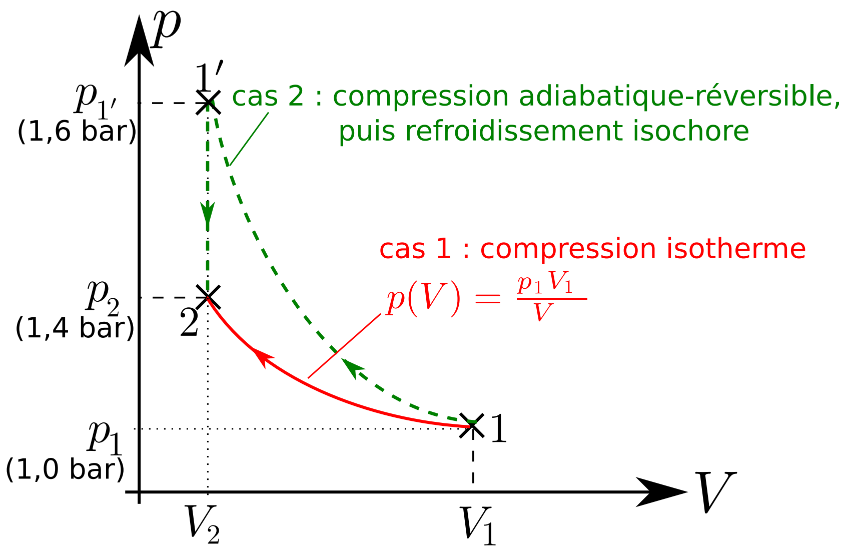
d'où $W = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_{1'} - T_1)$ et on trouve pareil.

$\star$ Il n'y a ensuite aucun travail supplémentaire à fournir pour l'étape $1' \to 2$ car elle est isochore.

5 - Schéma ci-contre.

Dans un tel diagramme le travail des forces de pression reçu par le gaz est égal à l'aire sous la courbe (signe plus car ici le sens de parcours est vers les volumes décroissants).

On pouvait donc prédire que ce travail est plus important avec la méthode brutale, car l'aire sous la courbe est plus grande.



Ce travail supplémentaire à servi à augmenter la température du gaz (jusqu'à 343 K). Mais ceci n'est pas utile puisqu'ensuite le gaz refroidit, et cette énergie thermique est dissipée vers la pièce et n'est pas récupérable.

En conclusion tout est une question de temps : si on n'est pas pressé il vaut pomper lentement !