

## DM 16 – Pince ampèremétrique

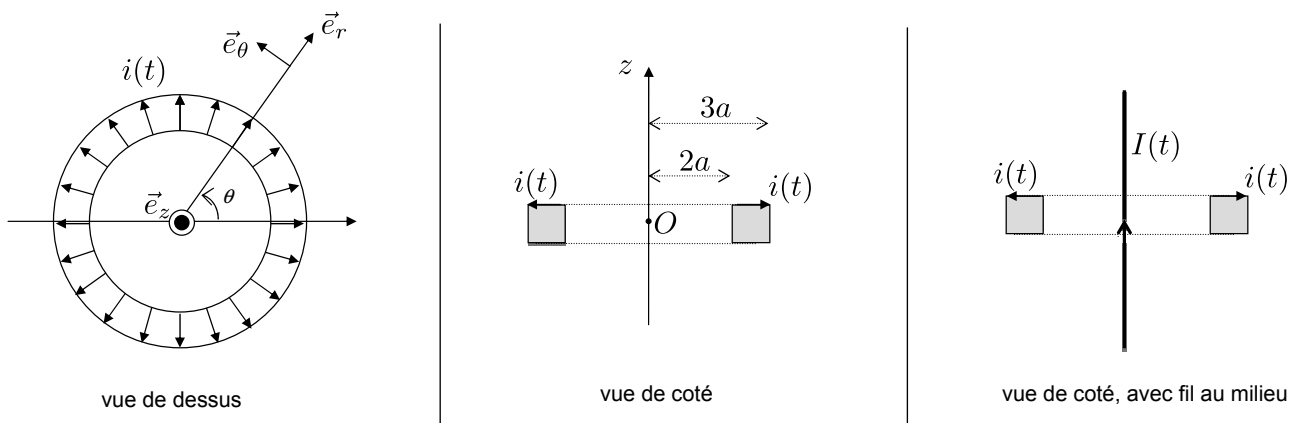
Une pince ampèremétrique sert à mesurer des courants sans intervenir physiquement sur le circuit. Il suffit en effet que la pince entoure le fil sur lequel on réalise la mesure pour qu'elle affiche l'intensité qui parcourt le fil.

On propose ici d'en comprendre le mécanisme, qui est basé sur des phénomènes d'induction.



Une pince ampèremétrique à induction peut être décrite comme un tore de section carré, de côté  $a$  et d'axe  $Oz$  (figure ci-dessous), sur lequel est bobiné un fil, réalisant ainsi  $N$  spires carrées de côté  $a$  disposées en série. Ce circuit est de résistance totale  $R$ . Il est branché en série sur un ampèremètre interne à la pince (non représenté ci-dessous) qui permet d'en mesurer le courant  $i(t)$ .

On utilise les coordonnées cylindriques.



Le schéma de droite représente la situation considérée dans la suite, où la pince est disposée autour d'un fil parcouru par le courant  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ , dont on souhaite mesurer la valeur.

Ce fil enserré par la pince est modélisé comme étant infini, de section nulle, confondu avec l'axe  $Oz$ . On admet de plus que bien que l'intensité soit variable dans le temps, les résultats de la magnétostatique s'appliquent (régime de l'ARQS qui sera décrit plus tard dans le cours).

- 1 - a - En étudiant les symétries de la distribution de courants, montrer que  $\vec{B}$  est selon  $\vec{e}_\theta$ .  
b - En étudiant les invariances du problème, montrer que le champ  $\vec{B}$  s'écrit  $\vec{B} = B_\theta(r, z, t)\vec{e}_\theta$ .  
c - Déterminer ensuite l'expression de  $B_\theta(r, z, t)$  pour un point  $M(r, \theta, z)$  situé à l'intérieur du tore (donc pour  $2a < r < 3a$  et  $-a/2 < z < a/2$ ). On précisera bien le contour d'Ampère choisi, son orientation, etc.
- 2 - a - Expliquer brièvement pourquoi (à cause de quel phénomène physique) il va y avoir présence d'un courant  $i(t)$  dans le bobinage.  
b - On considère une spire. La surface s'appuyant sur cette spire est orientée par le courant  $i(t)$ . Selon quel vecteur est dirigée la normale à cette surface ?  
c - Montrer que le flux du champ magnétique  $\vec{B}$  calculé en 1.c à travers une spire est donné par

$$\Phi = \frac{\mu_0(I + Ni)}{2\pi} a \ln \frac{3}{2}.$$

On donne  $dS = r dr dz$  pour l'élément de surface dans cette configuration.

- d - En déduire l'expression du flux  $\Phi_{\text{tot}}$  du champ magnétique à travers tout le bobinage de la pince ampèremétrique.

- e - Réaliser un schéma électrique équivalent du circuit de la pince ampèremétrique, faisant apparaître une fem dont on indiquera le sens et l'expression de la valeur en fonction de  $N$ ,  $a$ ,  $dI/dt$ , et  $di/dt$ .
  - f - En déduire une équation différentielle portant sur  $i(t)$ , dont le second membre comprend le courant à mesurer  $dI/dt$ .
  - g - On suppose que l'utilisation de la pince se fait à des fréquences suffisamment élevées pour pouvoir négliger le terme en  $i(t)$  dans l'équation précédente (ceci se démontre par une étude en régime sinusoïdal forcé en écrivant la fonction de transfert). Donner alors le lien entre  $i(t)$  et  $I(t)$  (on ne se souciera pas des constantes d'intégration car on est en RSF).  
On voit donc, finalement, que la mesure de  $i(t)$  par l'ampèremètre de la pince permet de remonter facilement au courant  $I(t)$ .
- 3 - Une pince ampèremétrique peut-elle mesurer un courant continu ?