

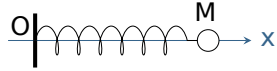
TD – Oscillateurs harmoniques

Remarque : exercice avec \star : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu’il faut savoir faire”) | $[\bullet \circ \circ]$: difficulté des exercices

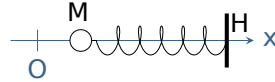
I Vrai-faux/questions courtes _____ \star | $[\bullet \circ \circ]$

1 - Indiquer l’expression de la force de rappel du ressort dans ces différentes situations, en fonction de des caractéristiques k et l_0 du ressort, de la position x ou z du point M (repérée par rapport à l’origine en O), si nécessaire de la coordonnée x_H du point H , et de \vec{e}_x ou \vec{e}_z . On passera pour s’aider par l’expression avec \vec{u}_{ext} .

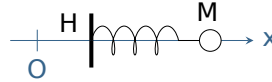
1 -



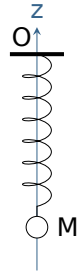
2 -



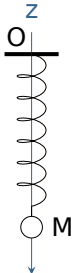
3 -



4 -



5 -



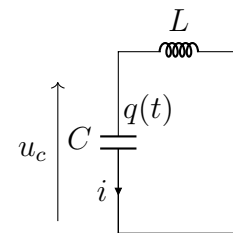
2 - (V/F) Pour justifier que $\dot{u}(0) = 0$, on peut voir ce que vaut $u(0)$ et le dériver (ceci fera 0 car $u(0)$ est une constante).

II Circuit LC _____ \star | $[\bullet \circ \circ]$

On considère le circuit LC ci-contre. On s’intéresse à la charge $q(t)$ portée par l’armature du condensateur.

Pour $t < 0$ le circuit est ouvert et la charge portée par le condensateur est Q_0 . À $t = 0$ on ferme le circuit, qui devient alors celui représenté ci-contre.

On prendra $L = 1.0 \text{ mH}$ et $C = 4.0 \text{ nF}$.



- 1 - Déterminer l’équation différentielle suivie par la charge $q(t)$.
- 2 - Déterminer l’équation différentielle suivie par la tension u_C aux bornes du condensateur.
- 3 - La résoudre.
- 4 - Tracer l’allure de la solution.
Quelle est la période des oscillations ? Faire l’application numérique.
- 5 - Montrer que l’énergie totale stockée dans le circuit est constante au cours du temps.

III Système masse-ressort vertical ★ | [● ○ ○]

On considère une masse m attachée à un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k . Le tout est vertical. On négligera tout frottement. On prendra $k = 40 \text{ N/m}$, $m = 100 \text{ g}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1 - Déterminer l'équation différentielle suivie par la position $x(t)$.
- 2 - Quelle est l'expression de la position d'équilibre $x_{\text{éq}}$?
- 3 - Réécrire l'équation en faisant intervenir $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ et $x_{\text{éq}}$ seulement (et x et \ddot{x} évidemment).
- 4 - La résoudre.

On considèrera qu'à l'instant initial la masse est en $x = x_{\text{éq}} + \delta$ avec δ une longueur, et on lâche la masse de cette position sans vitesse initiale.

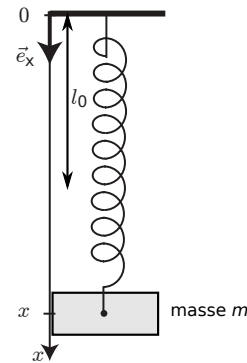
- 5 - Tracer l'allure de la solution.

Quelle est la période des oscillations ? Faire l'application numérique.

- 6 - On souhaite ensuite retrouver l'équation du mouvement de la question 1, mais en utilisant une approche énergétique.

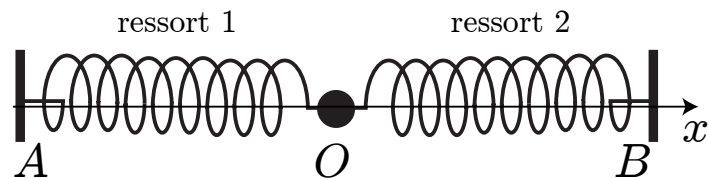
Donner l'expression de l'énergie totale du système, en fonction notamment de $x(t)$ et $\dot{x}(t)$.

Utiliser le fait qu'elle est constante pour retrouver l'équation du mouvement.



IV Système à deux ressorts [● ○ ○]

Un mobile supposé ponctuel de masse m est astreint à glisser le long d'une tige horizontale de direction Ox . Ce mobile est relié par deux ressorts linéaires à deux points fixes A et B .



Les deux ressorts sont identiques (constante de raideur k , longueur à vide l_0). On néglige tout frottement et le référentiel d'étude est galiléen.

Dans la position d'équilibre, les longueurs des ressorts sont identiques et valent $l_{\text{éq}}$, et le mobile est en O . À l'instant initial, le mobile est abandonné sans vitesse d'une position x_0 .

- 1 - Établir l'équation différentielle dont $x(t)$ est solution.
- 2 - Montrer que le système constitue un oscillateur harmonique dont on précisera la pulsation ω_0 et la période T_0 en fonction de k et m .
- 3 - Donner l'expression de $x(t)$ en tenant compte des conditions initiales.
- 4 - Donner les expressions de l'énergie potentielle élastique des deux ressorts, de l'énergie cinétique du mobile, et de l'énergie mécanique totale $E_m(t)$ en fonction de k , x_0 , ω_0 , t et éventuellement l_0 et $l_{\text{éq}}$. Par convention l'origine de l'énergie potentielle correspondra à la position d'équilibre : $E_p = 0$ pour $x = 0$.

V Vibration d'une molécule de HCl _____ [●●○]

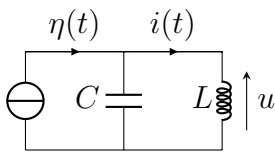
La fréquence de vibration de la molécule de chlorure d'hydrogène HCl est mesurée par spectroscopie comme valant $f = 8,5 \times 10^{13}$ Hz. On aborde dans cet exercice un premier modèle simple de la molécule, décrite comme un atome d'hydrogène mobile relié à un atome de chlore fixe. L'interaction entre les deux atomes est modélisée par un pseudo-ressort de raideur k .

Données : masses molaires $M_{\text{H}} = 1,0 \text{ g mol}^{-1}$ et $M_{\text{Cl}} = 35,5 \text{ g mol}^{-1}$, constante d'Avogadro $N_A = 6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

- 1 - Pourquoi est-il raisonnable de supposer l'atome de chlore fixe ?
- 2 - Calculer la raideur k .
- 3 - On admet (mécanique quantique) que l'énergie de la molécule est égale à $\frac{1}{2}hf$ où $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$ est la constante de Planck. La référence de l'énergie potentielle est prise nulle lorsque le ressort est à l'équilibre immobile. Calculer la vitesse maximale de l'atome d'hydrogène.
- 4 - Calculer l'amplitude de son mouvement. Comparer à la longueur $d = 127 \text{ pm}$ tabulée de la liaison H-Cl.

DM facultatif

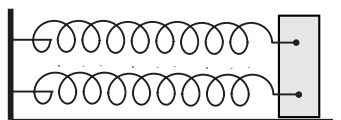
I Circuit LC et étude énergétique



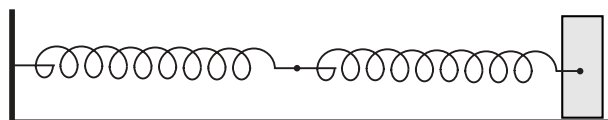
Dans le circuit ci-contre, le générateur supposé idéal est brusquement éteint (ce qui revient à ouvrir la branche du circuit contenant le générateur). On modélise ceci par un échelon de courant, $\eta(t)$ passant de I_0 à 0 à l'instant $t = 0$. On appelle $\mathcal{E}_{\text{tot}} = \mathcal{E}_C + \mathcal{E}_L$ l'énergie électrique totale stockée dans le condensateur et la bobine.

- 1 - Exprimer \mathcal{E}_{tot} en fonction de i et $\frac{di}{dt}$.
- 2 - Justifier qualitativement que \mathcal{E}_{tot} est constante. En déduire l'équation différentielle vérifiée par i .
Retrouver cette équation par application des lois de Kirchhoff.
- 3 - Établir les conditions initiales sur i et sa dérivée.
- 4 - En déduire l'expression de $i(t)$.

II Association de ressorts



association en parallèle



association en série

Association de deux ressorts en parallèle

On considère deux ressorts mis côte à côte et utilisés ensemble. Ils sont chacun de raideur k et de longueur à vide l_0 , et on néglige leur masse. On note l'_0 la longueur à vide de l'association des deux ressorts, et l' l'allongement de l'ensemble.

- 1 - Montrer que les deux ressorts sont équivalents à un seul ressort, de longueur à vide l'_0 à exprimer en fonction de l_0 et de raideur k' à exprimer en fonction de k .

Association de deux ressorts en série

On considère cette fois les deux ressorts mis bout à bout. On note l'_0 la longueur à vide de l'association des deux ressorts, et l' l'allongement de l'ensemble.

- 2 - Même question que précédemment.