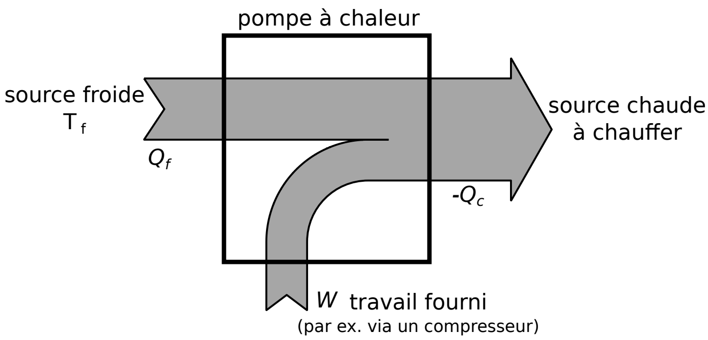
Partie II : Thermodynamique et mécanique des fluides
Chapitre 2

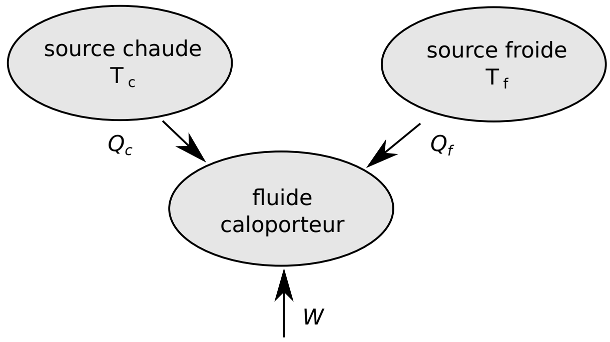
DM 6 – Utilisation des transformations infinitésimales en thermodynamique

I Étude d'une pompe à chaleur



Nous étudions le fonctionnement d'une pompe à chaleur. On trouve de tels dispositif dans les maisons. Une pompe à chaleur a alors pour but de prélever de la chaleur à l'air extérieur (qui constitue la source froide) pour échauffer l'intérieur de la maison (qui constitue la source chaude). (On peut dire que la machine "pompe de la chaleur" à la source froide pour la donner à la source chaude.)

Ce transfert d'énergie thermique de la source froide vers la source chaude n'est évidemment pas spontané. Il nécessite donc un apport de travail.



La pompe fonctionne en faisant circuler un fluide caloporteur (c'est-à-dire qui a de bonnes propriétés thermiques) entre les deux sources. Lors d'un cycle, ce fluide reçoit un transfert thermique Q_c de la source chaude à la température T_c, Q_f de la source froide à la température T_f (par exemple à travers des échangeurs thermiques), et reçoit un travail W (par exemple en étant comprimé dans un compresseur).

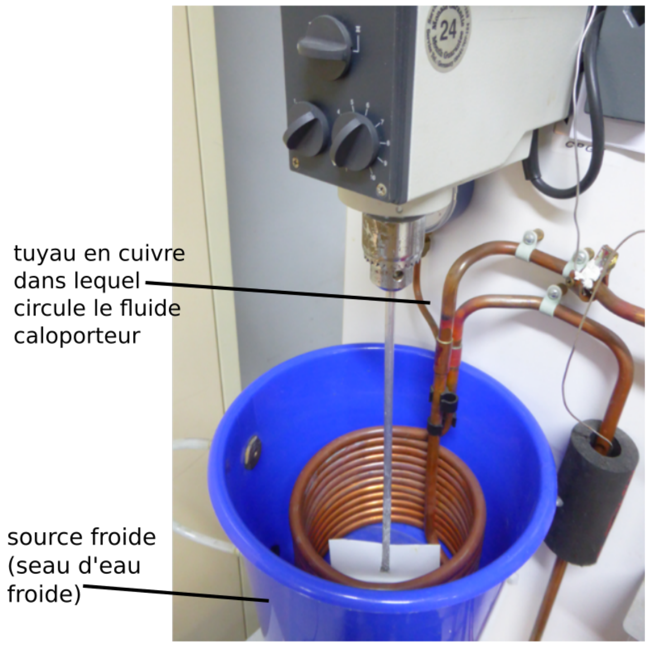
Modèle avec des thermostats

1. **a -** Pour un fonctionnement normal, indiquer quels sont les signes de W, Q_c et Q_f.
   b - D'après le paragraphe introductif, quelle est la grandeur utile et la grandeur coûteuse lors du fonctionnement de la pompe à chaleur ?
   En déduire l'expression de l'efficacité ϵ de la pompe en fonction de grandeurs parmi W, Q_c et Q_f.
2. On suppose dans un premier temps que les sources chaudes et froides sont des thermostats. On suppose également que l'évolution lors d'un cycle est réversible.
   a - D'après la définition d'un thermostat, qu'est ce que cela implique sur les température T_f et T_c ?
   b - Rappeler l'expression de l'entropie échangée lors d'un transfert thermique reçu $Q_{\text{reçue}}$ avec un thermostat à la température T_0.
   c - En écrivant le premier et le second principe lors d'un cycle, exprimer l'efficacité ϵ de la machine en fonction de T_c et de T_f uniquement.
   Faire l'application numérique avec par exemple $T_f = 10°\text{C}$ et $T_c = 20°\text{C}$.

Modèle avec des pseudo-sources

On étudie maintenant une pompe à chaleur de démonstration dans un laboratoire. Elle fonctionne entre deux sources de chaleur (une chaude, une froide) qui ne sont pas assez grandes pour être considérées comme des thermostats.
La source froide est constituée d'un seau d'eau froide à la température $T_f(t)$, qui vaut initialement $T_{f0} = T_f(0) = 10°\text{C}$. Le fluide caloporteur passe dans un serpentin qui est immergé dans l'eau, ce qui entraîne donc un échange thermique entre l'eau à la température T_f et le fluide.
De même, la source chaude est constituée d'un autre seau d'eau chaude à la température $T_c(t)$, qui vaut initialement $T_{c0} = T_c(0) = 25°\text{C}$, avec également un serpentin dans lequel circule le fluide caloporteur.

Il va donc falloir reprendre l'étude pour prendre en compte le refroidissement de la source froide et le réchauffement de la source chaude au cours du temps.



On note $T_c(t)$ la température de la source chaude en fonction du temps t, et $T_{c0} = T_c(0) = 25°\text{C}$. De même, $T_f(t)$ est la température de la source froide, et $T_{f0} = T_f(0) = 10°\text{C}$. Chaque seau contient $m = 4\,\text{kg}$ d'eau, de capacité thermique massique $c = 4.2 \times 10^3\,\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
Le fonctionnement est encore supposé réversible.
Comme les températures des sources chaude et froide évoluent, on ne peut plus calculer l'entropie échangée reçue par le fluide comme étant $S_\text{e} = Q_f/T_f + Q_c/T_c$. On peut toutefois le faire si l'on considère un cycle infinitésimal, c'est-à-dire une circulation du fluide entre les temps t et $t + \mathrm{d}t$, tel que pendant ce cycle :

- la température de la source chaude est constante égale à $T_c(t)$, et celle de la source froide constante égale à $T_f(t)$.
- Le fluide échange une quantité de chaleur δQ_c avec la source chaude, δQ_f avec la source froide.
- Le fluide reçoit un travail δW.

3. Appliquer le premier principe et le second principe au fluide caloporteur lors d'un cycle infinitésimal.

4. **a -** Exprimer le transfert thermique δQ_f reçu par le fluide caloporteur de la part de la source froide en fonction de m, c, et $\mathrm{d}T_f$ où $\mathrm{d}T_f$ est la variation élémentaire de la température de la source froide.

b - Exprimer le transfert thermique δQ_c reçu par le fluide caloporteur de la part de la source chaude en fonction de m, c, et $\mathrm{d}T_c$ où $\mathrm{d}T_c$ est la variation élémentaire de la température de la source chaude.

5. **a -** En déduire la relation $\dfrac{\mathrm{d}T_f}{T_f} + \dfrac{\mathrm{d}T_c}{T_c} = 0$.

b - Déduire de la relation précédente que le produit $T_c(t)\,T_f(t)$ est constant au cours du temps. (Indice : utiliser le fait que pour une grandeur $A > 0$, $\frac{\mathrm{d}A}{A} = \mathrm{d}(\ln A)$.)

6. **a -** Au cours du temps, est-ce que $T_c(t)$ va augmenter ou diminuer ? Même question pour $T_f(t)$.

b - On définit l'efficacité à l'instant t comme $\epsilon = -\dfrac{\delta Q_c}{\delta W}$. On peut alors montrer, exactement comme à la question 2.c, que $\epsilon(t) = \dfrac{T_c(t)}{T_c(t) - T_f(t)}$.
L'efficacité va-t-elle augmenter ou diminuer au cours du temps ?