Devoir Surveillé

Correction – Physique-chimie – DS 2

I Oscillateur électronique

Extrait du sujet de concours PT 2015.

I.1 Étude du bloc 1 filtre

1 – On raisonne d'abord directement sur $\underline{H}$, puis on prendra ensuite le module et on calculera le gain. C'est plus simple que de calculer le gain dans le cas général puis de prendre la limite.

▶ En basse fréquence, on a $x \to 0$, donc $1/x$ tend vers l'infini et devient très grand devant tous les autres termes du dénominateur : on néglige ces derniers et on a $\underline{H} \sim \dfrac{A_0}{-\mathrm{j}Q\frac{1}{x}} = \dfrac{\mathrm{j}A_0 x}{Q}$.

Le gain est donc $G_{\mathrm{dB}} \simeq 20\log\left|\dfrac{\mathrm{j}A_0 x}{Q}\right| = 20\log\dfrac{A_0 x}{Q}$, soit $\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{x\to 0}{\sim} 20\,\log\dfrac{A_0}{Q} + 20\log x.}$

Dans le diagramme de Bode qui donne G en fonction de $\log x$, l'asymptote est donc une droite de pente $+20$ (on dit aussi que la pente est de $+20$ décibels par décade ou dB/décade) et d'ordonnée à l'origine $20\,\log\dfrac{A_0}{Q} = -48\,\mathrm{dB}$ avec les données de l'énoncé.

▶ En hautes fréquences, on a $x \to +\infty$. Au dénominateur, le terme dominant devient x, et on néglige les autres devant lui. On a donc $\underline{H} \sim \dfrac{A_0}{\mathrm{j}Qx}$.

Le gain est donc : $G_{\mathrm{dB}} \simeq 20\log\left|\dfrac{A_0}{\mathrm{j}Qx}\right| = 20\log\dfrac{A_0}{Qx} = 20\log\dfrac{A_0}{Q} - 20\log x$, soit

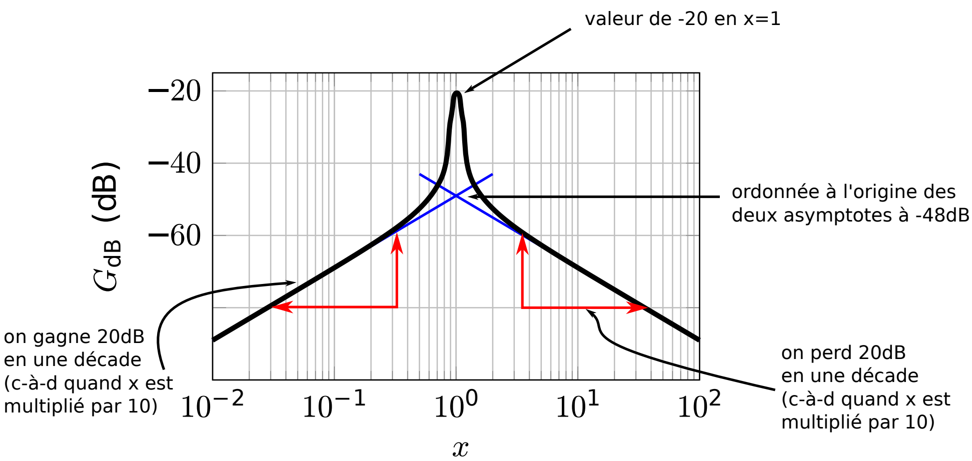
$$\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{x\to +\infty}{\sim} 20\,\log\dfrac{A_0}{Q} - 20\log x.}$$

L'asymptote est donc une droite de pente -20 dB/décade et d'ordonnée à l'origine $20\,\log\dfrac{A_0}{Q} = -48\,\mathrm{dB}$.

2 – On veut une représentation schématique (pas un tracé avec un logiciel). On trace donc les deux asymptotes.

On place également le point en $x = 1$ (c'est-à-dire en $\omega = \omega_0$) : on a alors $\underline{H} = A_0$ et donc $G_{\mathrm{dB}} = 20\,\log A_0 = -20\,\mathrm{dB}$.

Puis on trace approximativement l'allure.



3 – Il s'agit d'un filtre passe-bande, car il coupe à la fois les basses et les hautes fréquences.

4.a – Dans cette question, il faut reprendre le schéma du circuit et calculer $\underline{H} = \underline{u}_2/\underline{u}_1$. Le principe du calcul est simple : on peut appliquer un diviseur de tension entre $\underline{u}_2$ et $\underline{u}_1$, à condition d'assimiler l'ensemble {résistance R + bobine + condensateur} à une seule impédance équivalente $\underline{Z}_{\text{eq}}$.

On a :

$$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{eq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\text{j}L\omega} + \frac{1}{1/(\text{j}C\omega)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\text{j}L\omega} + \text{j}C\omega. \tag{1}$$

Le diviseur de tension donne :

$$\begin{aligned} \underline{u}_2 &= \underline{u}_1 \times \frac{\underline{Z}_{\text{eq}}}{R_0 + \underline{Z}_{\text{eq}}} \\ \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} &= \frac{1}{\frac{R_0}{\underline{Z}_{\text{eq}}} + 1} \\ \underline{H} &= \frac{1}{R_0\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\text{j}L\omega} + \text{j}C\omega\right) + 1} \end{aligned} \tag{2}$$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{1}{\frac{-\text{j}R_0}{L\omega} + \text{j}R_0C\omega + 1 + \frac{R_0}{R}}} \tag{3}$$

4.b – On veut aboutir à quelque chose de la forme suivante :

$$\underline{H} = \frac{A_0}{1 + \text{j}Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{A_0}{1 + \text{j}Q\left(\sqrt{LC}\omega - \frac{1}{\sqrt{LC}\omega}\right)}$$

car on sait (d'après l'énoncé) que $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Il faut donc d'abord qu'au dénominateur, le coefficient qui n'est ni devant ω ni devant $1/\omega$ soit égal à 1. On divise donc partout l'expression (3) par $1 + \frac{R_0}{R}$:

$$\begin{aligned} \underline{H} &= \frac{\frac{1}{1+R_0/R}}{\frac{1}{1+R_0/R}\left(\frac{-\text{j}R_0}{L\omega} + \text{j}R_0C\omega\right) + 1} \\ &= \frac{\frac{1}{1+R_0/R}}{\text{j}\,\frac{R_0}{1+R_0/R}\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right) + 1}. \end{aligned} \tag{4}$$

On a donc déjà $\boxed{A_0 = \frac{1}{1 + R_0/R}.}$

Ensuite, on impose par exemple l'égalité du facteur devant ω : on doit avoir $\text{j}Q\sqrt{LC} = \text{j}\dfrac{R_0C}{1 + R_0/R}$, d'où l'on déduit que :

$$\boxed{Q = \sqrt{\frac{C}{L}}\,\frac{R_0}{1 + R_0/R}.} \tag{5}$$

I.2 Étude du bloc ALI

5 –
- L'ALI possède une unique rétroaction sur la patte -, il fonctionne donc en régime linéaire. De plus, il est supposé idéal. On aura donc $\underline{V}_+ = \underline{V}_-$ et $\underline{i}_+ = \underline{i}_- = 0$.
- On a $\underline{V}_+ = \underline{u}_2$.

  D'autre part, un diviseur de tension (possible car $\underline{i}_- = 0$) indique que $\underline{V}_- = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\underline{u}_3$.
- On a donc $\underline{u}_2 = \underline{V}_+ = \underline{V}_- = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\underline{u}_3$, d'où $\boxed{\underline{G} = \dfrac{\underline{u}_3}{\underline{u}_2} = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}.}$

6 – On a immédiatement $\boxed{K = |\underline{G}| = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}.}$

I.3 Système bouclé

On ferme l'interrupteur, réalisant ainsi un système bouclé.

7 – En bouclant le système, on a alors $\underline{u}_1 = \underline{u}_3$. On a donc $\underline{u}_3 = \underline{G}\underline{u}_2 = \underline{GH}\underline{u}_1 = \underline{GH}\underline{u}_3$. On ne simplifie pas par $\underline{u}_3$, puisque l'objectif est de passer dans le domaine temporel. On va donc utiliser la correspondance $\boxed{(\mathrm{j}\omega) \to \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}.}$

Donc $\underline{u}_3 = \dfrac{KA_0}{1+\mathrm{j}Q\left(x - \frac{1}{x}\right)}\underline{u}_3 \;\Leftrightarrow\; \underline{u}_3\left(1+\mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)\right) = KA_0\,\underline{u}_3 \;\Leftrightarrow\; \underline{u}_3\left(1+\dfrac{Q\mathrm{j}\omega}{\omega_0}+\dfrac{Q\omega_0}{\mathrm{j}\omega}\right) = KA_0\,\underline{u}_3$. On multiplie tout par $\mathrm{j}\omega$ car on ne veut pas de terme en $1/\mathrm{j}\omega$:

$$\underline{u}_3\left(\mathrm{j}\omega + \frac{Q(\mathrm{j}\omega)^2}{\omega_0} + Q\omega_0\right) = KA_0\,(\mathrm{j}\omega)\underline{u}_3.$$

Ceci donne donc dans le domaine temporel, après réarrangement : $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}^2u_3}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{\omega_0}{Q}(1-KA_0)\dfrac{\mathrm{d}u_3}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_3 = 0.}$

Remarque : On est tenté de simplifier par $\underline{u}_3$ dans la relation $\underline{u}_3 = \underline{GH}\underline{u}_3$. On obtient alors $\underline{GH} = 1$, ce qui est la condition de Barkhausen, qui indique quand il y a oscillations strictement sinusoïdales. Mais ce n'est pas l'objet de la question.

8.a – ⋆ On a des oscillations (quasi sinusoïdales ou non) dès que le coefficient en facteur de $\dfrac{\mathrm{d}u_3}{\mathrm{d}t}$ est de signe différent des autres termes, donc dès qu'il est négatif, donc dès que $KA_0 > 1$.

⋆ Pour que les oscillations soient quasi sinusoïdales, il faut que ce terme en facteur de $\dfrac{\mathrm{d}u_3}{\mathrm{d}t}$ soit négatif mais très petit en valeur absolue. Il faut donc $\boxed{KA_0 > 1}$ tout en ayant $\boxed{\dfrac{|1-KA_0|}{Q} \ll 1.}$

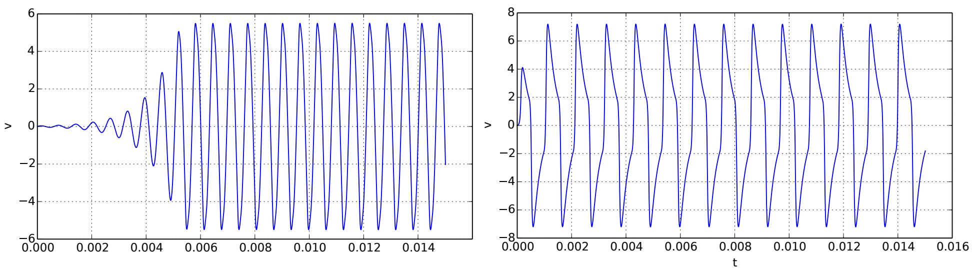
8.b – Lorsque c'est le cas, on peut négliger le terme en $\dfrac{\mathrm{d}u_3}{\mathrm{d}t}$ dans l'équation différentielle, qui devient alors $\dfrac{\mathrm{d}^2u_3}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 u_3 = 0$, dont on sait que les solutions sont sinusoïdales de pulsation ω_0 et donc de fréquence $\boxed{f_0 = \omega_0/(2\pi).}$

9.a – On a déjà dit que pour que les oscillations démarrent, il faut $\boxed{A_0K > 1.}$

9.b – La solution de l'équation différentielle est alors une fonction sinusoïdale dont l'amplitude croît de façon exponentielle.

10.a – Mais en pratique cette amplitude ne peut pas tendre vers l'infini. Elle se stabilise rapidement à une valeur finie. Ceci est expliqué par le fait que lorsque u_3 dépasse la tension de saturation de l'ALI, celui-ci sature. Les hypothèses qui mènent à l'équation différentielle de la question 4 ne sont alors plus valides. C'est donc la saturation de l'ALI qui explique la stabilisation de l'amplitude des oscillations.

10.b – Dans le cas où $A_0K > 1$, on a l'allure suivante (soit à gauche si $(KA_0 - 1)/Q$ positif mais petit devant 1, soit à droite si $(KA_0 - 1)/Q$ positif et grand devant 1) :



I.4 Utilisation du dispositif

11.a – On a $f_{\text{osc}} = \dfrac{D}{\sqrt{C_0(1-\frac{x}{l})}} = \dfrac{D}{\sqrt{C_0}}\left(1-\dfrac{x}{l}\right)^{-1/2}$. On utilise ensuite un développement limité du type $(1+u)^\alpha = 1+\alpha u$, avec ici $u=-x/l$ et $\alpha = -1/2$.

Ici on a donc $f_{\text{osc}} = \dfrac{D}{\sqrt{C_0}}\left(1+\dfrac{1}{2}\dfrac{x}{l}\right) = ax+b$ avec $\boxed{a = \dfrac{D}{2l\sqrt{C_0}}}$ et $\boxed{b = \dfrac{D}{\sqrt{C_0}}.}$

11.b – On a $\Delta f = f_{\text{osc}} - f_{\text{or}} = ax+b-f_{\text{or}}$. Or f_{or} est la fréquence pour $x=0$, donc on a $f_{\text{or}} = f_{\text{osc}}(0) = b$. On a donc $\Delta f = ax$. Ainsi $\boxed{x_{\text{min}} = \Delta f_{\text{min}}/a = 0.19\,\text{mm}.}$

II Sous-marins

Extrait du sujet de concours CCP 2012.

Immersion du sous-marin

1.1 - Les forces s'exerçant sur ce volume mésoscopique sont le poids et les forces de pression. On rappelle que le poids est donné par $\vec{P} = m\vec{g}$, et que la résultante des forces de pression est égale à $\overrightarrow{\mathrm{d}F} = \mathrm{d}S \times p \times \vec{n}$. Donc ici on a :

- Le poids, $\overrightarrow{\mathrm{d}P} = \mathrm{d}m\,\vec{g} = (\rho(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z)\times(-g\vec{e}_z)$.
- Les forces de pression selon z sont : $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_z = (\mathrm{d}x\mathrm{d}y)p(x,y,z)\vec{e}_z + (\mathrm{d}x\mathrm{d}y)p(x,y,z+\mathrm{d}z)(-\vec{e}_z)$.
- Les forces de pression selon y sont : $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_y = (\mathrm{d}x\mathrm{d}z)p(x,y,z)\vec{e}_y + (\mathrm{d}x\mathrm{d}z)p(x,y+\mathrm{d}y,z)(-\vec{e}_y)$.
- Les forces de pression selon x sont : $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_x = (\mathrm{d}z\mathrm{d}y)p(x,y,z)\vec{e}_x + (\mathrm{d}z\mathrm{d}y)p(x+\mathrm{d}x,y,z)(-\vec{e}_x)$.

Le volume $\mathrm{d}\tau$ est à l'équilibre, donc d'après la relation fondamentale de la statique on a $\overrightarrow{\mathrm{d}P} + \overrightarrow{\mathrm{d}F}_z + \overrightarrow{\mathrm{d}F}_y + \overrightarrow{\mathrm{d}F}_x = \vec{0}$.

- Projeté selon y, ceci donne : $\mathrm{d}F_y = 0$, donc $p(x,y,z) - p(x,y+\mathrm{d}y,z) = 0$, donc $\dfrac{p(x,y,z)-p(x,y+\mathrm{d}y,z)}{\mathrm{d}y} = 0$, et donc $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} = 0$.
  Ceci implique que la pression p ne dépend pas de y.

- De même, projeté selon x on obtient que $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = 0$, et donc p ne dépend pas non plus de x. On écrira donc $p(z)$.

  Remarque : l'énoncé demande cette démonstration. En fait, on peut beaucoup plus simplement dire qu'étant donné l'invariance du problème selon x et y, p ne dépend pas de ces deux variables. ρ non plus d'ailleurs, et on notera également $\rho(z)$.

Projetons enfin l'équation selon z : $-\rho(z)\,(\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z)g + (\mathrm{d}x\mathrm{d}y)p(x,y,z) - (\mathrm{d}x\mathrm{d}y)p(x,y,z+\mathrm{d}z) = 0$. Une fois réarrangé, ceci mène à $\dfrac{p(z+\mathrm{d}z)-p(z)}{\mathrm{d}z} = -\rho(z)\,g$, soit encore : $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}(z) = -\rho(z)\,g.}$

1.2 - $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}(z) = -\rho\,g \quad\Leftrightarrow\quad p(z) = C - \rho g z$ avec C une constante. En $z=0$ on a $p_0 = p(z=0) = C$. Donc finalement : $\boxed{p(z) = p_0 - \rho g z.}$

Pour $z = 300\,\text{m}$ on trouve $p_{300} = 31.313\times 10^5\,\text{Pa}$, soit $\boxed{p_{300} = 31\times 10^5\,\text{Pa}}$ (la donnée ayant le moins de chiffres significatifs est $p_0 = 1.0\times 10^5\,\text{Pa}$, qui en a deux, donc on en garde deux.

2.1 - Le sous-marin est immobile, donc la relation fondamentale de la statique implique que la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle. Ici ces forces sont :

- Le poids $\vec{P} = M\vec{g}$.
- La poussée d'Archimède (qui est l'expression de la résultante des forces de pression) : $\vec{\Pi} = -\rho_0 V_{\text{imm}}\vec{g}$, avec ρ_0 la masse volumique du fluide et V_{imm} le volume du fluide déplacé. Comme l'indique l'énoncé, on a négligé la poussée d'Archimède due à l'air et au volume émergé.

On a donc $M\vec{g} - \rho_0 V_{\text{imm}}\vec{g} = \vec{0}$, donc $\boxed{V_{\text{imm}} = \dfrac{M}{\rho_0}.}$

2.2 - On a déjà l'expression pour V_{imm}. Il reste à écrire que $V = \pi R^2 L$. D'où $\boxed{\dfrac{V_{\text{imm}}}{V} = \dfrac{M}{\rho_0 \pi R^2 L}.}$

Application numérique : $\boxed{\dfrac{V_{\text{imm}}}{V} = 0.87.}$ (La donnée qui a le moins de chiffres significatifs est $R = 6.0\,\text{m}$, avec deux chiffres.)
Commentaire : même avec les ballasts vides, le sous-marin est presque totalement immergé.

2.3 - Lorsque l'on remplit les ballasts par de l'eau de mer le volume du sous-marin ne change pas, donc la poussée d'Archimède non plus. En revanche la masse du sous-marin est augmentée (de la masse d'eau ajoutée), donc son poids augmente. Il en résulte que le sous-marin s'enfonce dans l'eau.

2.4 - L'énoncé entend par “le sous-marin est en immersion” le fait que le sous-marin soit entièrement dans l'eau ($V_{\text{imm}} = V$) tout en restant immobile.
La poussée d'Archimède est alors $\vec{\Pi} = -\rho_0 V_{\text{imm}}\vec{g} = -\rho_0 V\vec{g}$. Le poids est alors $\vec{P} = (M + \rho_0 V_b)\vec{g}$.
À l'équilibre on a donc $\rho_0 V = M + \rho_0 V_b$, d'où $\boxed{V_b = V - \dfrac{M}{\rho_0} = 2.0 \times 10^3\,\text{m}^3.}$

2.5 - Lorsque le sous-marin est totalement immergé, la coque extérieure correspond à une frontière entre l'eau de mer et l'eau des ballasts, qui sont à la même pression. Il n'y a donc pas de contrainte sur cette coque.
En revanche, la coque interne correspond à une frontière entre l'eau des ballasts (qui est à la pression $p(z)$ et l'air du sous-marin (qui est à p_0). Ceci correspond à des contraintes très fortes.

III Bilan des forces sur un barrage poids

1. $\vec{P} = \left(\dfrac{1}{2}Lhe\right) \times \rho_0 d \times \vec{g}$, soit $\boxed{\vec{P} = \dfrac{1}{2}Lhe\rho_0 dg\vec{e}_z.}$ On trouve $\boxed{||\vec{P}|| = 4.5 \times 10^{11}\,\text{N}.}$

2. La pression est uniforme égale à p_0, donc on a $\vec{F}_1 = p_0 S\,\vec{n}$ avec ici $S = h\,L$ et $\vec{n} = \vec{e}_x$. Donc $\boxed{\vec{F}_1 = p_0 h\,L\,\vec{e}_x.}$

3. **a -** On a $\boxed{\vec{n} = -\sin\alpha\,\vec{e}_x + \cos\alpha\,\vec{e}_z.}$

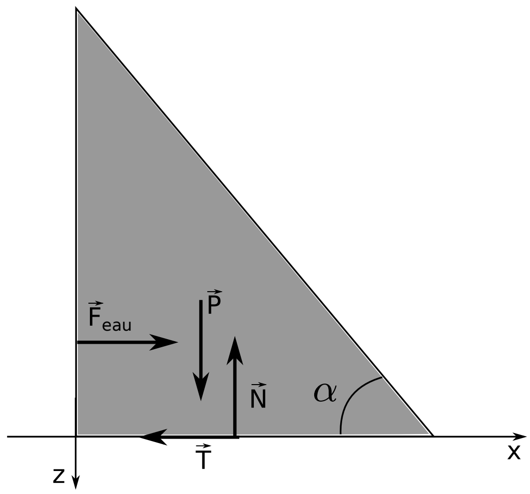
b - La pression est uniforme égale à p_0. On a donc $\vec{F}_2 = p_0 S\,\vec{n}$. Ici la surface est $S = L \times \dfrac{h}{\sin\alpha}$.
Donc $\vec{F}_2 = p_0\,L\,\dfrac{h}{\sin\alpha}\,(-\sin\alpha\,\vec{e}_x + \cos\alpha\,\vec{e}_z) = p_0 Lh\left(-\vec{e}_x + \dfrac{1}{\tan\alpha}\vec{e}_z\right)$. On remplace $\tan\alpha$ par h/e, et on obtient : $\boxed{\vec{F}_2 = -p_0 Lh\vec{e}_x + p_0 L\,e\,\vec{e}_z.}$

4. On a donc $\boxed{\vec{F}_{\text{air}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = p_0 L\,e\,\vec{e}_z.}$

On trouve $\boxed{||\vec{F}_{\text{air}}|| = 1.4 \times 10^{10}\,\text{N}.}$ Ceci est négligeable devant le poids du barrage (facteur 30). On note qu'on peut bien comparer ces deux forces car elles ont même direction.

5. Il s'agit de ce que l'on a traité en cours. Très brièvement, on trouve $\vec{F}_{\text{eau}} = \int_{z=0}^{h} (\rho_0 g z)(L\mathrm{d}z)\vec{e}_x = \dfrac{1}{2}\rho_0 g L h^2 \vec{e}_x$.

6. Voir à droite.



7. **a -** Selon l'axe z, on a $\vec{N} + \vec{P} = \vec{0}$, d'où $\boxed{\vec{N} = -\dfrac{1}{2}Lhe\rho_0 d g \vec{e}_z.}$

Selon l'axe x on a $\vec{T} + \vec{F}_{\text{eau}} = \vec{0}$, d'où $\boxed{\vec{T} = -\dfrac{1}{2}\rho_0 g L h^2 \vec{e}_x.}$

b - Le barrage ne glisse pas tant que $||\vec{T}|| \leq \mu_s ||\vec{N}||$, ce qui est équivalent à $\rho_0 g L h^2 \leq \mu\, Lhe\rho_0 dg$, soit tant que $\boxed{h \leq \mu_s e d.}$

Cette condition est bien vérifiée pour le barrage de la Grande-Dixence avec une certaine marge.

IV La planète Terre, unique planète du système solaire à abriter la vie

Adapté de CCP TSI 2015, sauf la partie 3 qui est un ajout.

IV.1 La présence d'eau liquide

1 - **a -** 1 : gaz ; 2 : liquide ; 3 : solide ; 4 : fluide supercritique.

b - A est le point triple ; B est le point critique.

2 - **a -** Sous forme solide (glace).

b - Le tableau indique à la surface de Mars une pression de 600 Pa (soit 0.006 bar) et une température de -100° à 0° (soit entre 173.15 K et 273.15 K). On voit dans le diagramme p-T que ceci correspond au domaine solide pour l'eau.

IV.2 La présence d'une atmosphère : l'influence de la concentration en dioxyde de carbone

3 - **a -** Loi des gaz parfaits : $\boxed{pV = nRT,}$ avec p la pression en pascals, V le volume en mètres cube, n la quantité de matière en moles, T la température en kelvins, et R la constante des gaz parfaits en joules par kelvins par moles.

On a $\rho = \dfrac{m}{V}$ et $m = n \times M$, donc $\rho = \dfrac{nM}{V} = \dfrac{pM}{RT}$, soit $\boxed{\rho(z) = \dfrac{p(Z)\,M}{R\,T_0}.}$

b - On a $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho(z)\,g = -\dfrac{p(z)\,M}{R\,T_0}\,g = -\dfrac{p(z)}{H}$ avec $\boxed{H = \dfrac{RT_0}{Mg}.}$

Cette dernière équation est de la forme $f' = af$, et s'intègre en $p(z) = A\exp\{-z/H\}$.

On détermine la constante A en sachant que $p(z=0) = p_0$. On a donc $A = p_0$.

Finalement, $\boxed{p(z) = p_0 \exp\{-z/H\}.}$

La constante H est une longueur (car le terme z/H dans l'exponentielle est nécessairement sans dimension).

On trouve $\boxed{H = 8.4\,\text{km}}$ pour la Terre.

c - On voit sur le relevé de température que la troposphère n'est pas isotherme. Cette hypothèse de notre modèle n'est donc pas vérifiée en pratique, et on s'attend donc à des écarts entre les prévisions de notre modèle pour la pression et les observations (il faudrait des valeurs mesurées pour pouvoir réellement comparer).

Un autre modèle possible est celui d'une température $T(z)$ affine : $T(z) = T_0 - \lambda z$, avec T_0 et λ choisis pour que $T(z)$ corresponde le plus possible au relevé expérimental.

d - Vénus est plus éloignée que Mercure du Soleil. Elle reçoit donc moins d'énergie thermique par rayonnement. Et pourtant son atmosphère est significativement plus chaude. Ceci s'explique par le fait que Vénus possède une atmosphère dense riche en dioxyde de carbone, alors que Mercure est quasiment dépourvue d'atmosphère. Le dioxyde de carbone permet, via l'effet de serre, de maintenir une température élevée.

IV.3 Estimation de la masse de l'atmosphère

4 - a - Faire un schéma.

Coordonnées cartésiennes. Axe z vers le haut.

On découpe la colonne d'air en tranches d'épaisseur $\mathrm{d}z$, comprises entre les altitudes z et $z + \mathrm{d}z$ et de surface S.

La masse d'une tranche est $\mathrm{d}m = \rho(z) \times S\mathrm{d}z$.

La masse totale de la colonne d'air est :

$$m = \int_{z=0}^{z=+\infty} \mathrm{d}m = \int_{z=0}^{z=+\infty} \rho(z) \times S\mathrm{d}z = \int_{z=0}^{z=+\infty} \rho_0 \times \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \times S\mathrm{d}z, \qquad (6)$$

soit encore $\boxed{m = \rho_0 H S.}$

b - La masse totale de l'atmosphère est obtenue en prenant pour S la surface de la Planète, donc $4\pi R_p^2$.

Ainsi, $m_{\text{atm}} = \rho_0 H 4\pi R_p^2$.

On remplace H par $H = \dfrac{RT_0}{Mg}$. On utilise aussi $\rho_0 = \dfrac{p_0 M}{RT_0}$, pour arriver à $\boxed{m_{\text{tot}} = 4\pi R_p^2 \dfrac{p_0}{g}.}$

Remarque : On pouvait s'attendre à cette expression : p_0 est la force surfacique s'appliquant à la surface de la planète, donc en divisant par g et en multipliant par la surface de la planète on obtient directement la masse de l'atmosphère.

c - Pour Vénus : $\boxed{m_{\text{atm}} = 4.9 \times 10^{20}\,\text{kg},}$ et pour la Terre : $\boxed{m_{\text{atm}} = 5.3 \times 10^{18}\,\text{kg}.}$ Il y a bien un rapport d'environ 100.