Partie V : électromagnétisme
Chapitre 4

TD – Bilans d'énergie en électromagnétisme

Remarque : exercice avec ⋆ : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des "ce qu'il faut savoir faire") | [• ◦ ◦] : difficulté des exercices

I Vrai-faux / questions courtes ⋆ | [• ◦ ◦]

1 - $q\vec{v}\cdot\vec{E}$ est la puissance : (i) reçue par une charge q de la part du champ électromagnétique, (ii) reçue par le champ électromagnétique de la part d'une charge q.

Quelle est son unité ?

2 - Quelle est l'unité de $\vec{j}\cdot\vec{E}$?

S'agit-il d'une puissance volumique (i) reçue par les charges de la part du champ électromagnétique, (ii) reçue par le champ électromagnétique de la part des charges.

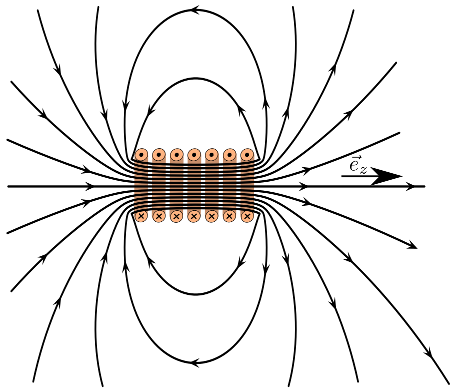
3 - Dans l'équation de Poynting, quelle est l'unité de chacun des termes ?

4 - Quelle est l'unité de $\vec{\Pi}\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}S}$?

S'agit-il : (i) d'une puissance transmise aux charges par le champ, (ii) d'une puissance électromagnétique sortant de l'élément de surface $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$, (iii) d'une puissance électromagnétique entrant dans l'élément de surface $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$?

II Bobine et énergie volumique du champ magnétique [• ◦ ◦]

On considère une bobine (solénoïde de section S, longueur l, avec n spires par unité de longueur) parcourue par un courant i.
On néglige tout effet de bord. On rappelle que dans ce cadre, on a montré dans le chapitre 2 que le champ magnétique est négligeable en dehors du solénoïde (donc considéré comme nul), et égal à $\vec{B} = \mu_0 n i\,\vec{e}_z$ à l'intérieur.



1 - a - Donner l'expression du flux total du champ magnétique à travers le circuit de la bobine. On prendra l'orientation donnée par le courant indiqué sur la figure.

b - En déduire l'expression du coefficient d'autoinductance L, en fonction du volume $V = Sl$, de n et de μ_0.

2 - a - Dans le cadre de l'électrocinétique, rappeler l'expression de l'énergie stockée U_{tot} dans une bobine (en fonction de L et de i).

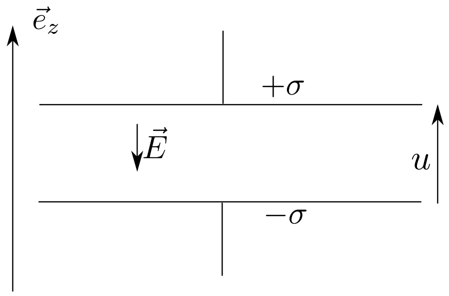
b - Cette énergie stockée est en réalité stockée sous la forme du champ magnétique $\vec{B}$ créé par la bobine. On souhaite donc se servir de ceci pour retrouver l'expression de l'énergie volumique du champ magnétique vue en cours.

En utilisant le résultat précédent pour U_{tot}, proposer une expression pour l'énergie volumique du champ magnétique dans le solénoïde (expression dépendant de B et de μ_0).

c - Ceci correspond-t-il à l'expression de u vue en cours ?

III Condensateur et énergie volumique du champ électrique [● ○ ○]

On considère un condensateur, modélisé comme deux plaques de surfaces S, séparées d'une distance d par du vide. Elles sont soumises à une différence de potentiel u.
On néglige tout effet de bord. On rappelle que dans ce cadre on a montré dans le chapitre 1 que le champ électrique est nul en dehors de l'espace inter-plaques, et s'écrit $\vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\,\vec{e}_z$ entre les plaques.



1 - **a -** Donner l'expression de la différence de potentiel u en fonction de ϵ_0, σ et d.

b - En déduire l'expression de la capacité C du condensateur en fonction de ses paramètres géométriques et de ϵ_0.

2 - **a -** Dans le cadre de l'électrocinétique, rappeler l'expression de l'énergie stockée U_{tot} dans un condensateur (en fonction de C et de u).

b - Cette énergie stockée est en réalité stockée sous la forme du champ électrique $\vec{E}$ créé par le condensateur. On souhaite donc se servir de ceci pour retrouver l'expression de l'énergie volumique du champ électrique vue en cours.
En utilisant le résultat précédent pour U_{tot}, proposer une expression pour l'énergie volumique du champ électrique dans l'espace entre les plaques (expression dépendant de E et de ϵ_0).

c - Ceci correspond-t-il à l'expression de u vue en cours ?

IV Démonstration de l'identité de Poynting [● ● ○]

En utilisant les équations de Maxwell, démontrer l'identité de Poynting.
On partira de $\operatorname{div}\left(\vec{E}\wedge\vec{B}\right) = \ldots$ en utilisant la formule de développement $\operatorname{div}\left(\vec{A}\wedge\vec{B}\right) = \vec{B}\cdot\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{A} - \vec{A}\cdot\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{B}$ valable pour deux champs vectoriels $\vec{A}$ et $\vec{B}$ quelconques.

V Résistance et puissance dissipée ⋆ | [● ○ ○]

On considère un conducteur ohmique de section S et longueur l, de conductivité γ, et parcouru par un courant $I(t) = I_0\cos\omega t$. On suppose que la densité volumique de courants est uniforme à l'intérieur.

1 - Rappeler l'expression de la puissance volumique dissipée par effet joule. Exprimer cette puissance dans le cas présent en fonction de $I(t)$, S et γ.

2 - La puissance exprimée précédemment est la puissance dissipée instantanée. Mais dans le cas d'un courant alternatif, il est plus utile de donner l'expression de la puissance dissipée en moyenne sur une période. Le faire.

3 - Donner enfin l'expression de la puissance moyenne dissipée dans tout le volume du conducteur.

VI Plaque circulaire chauffée par induction [● ● ○]

On considère une plaque circulaire de rayon R et d'épaisseur d. Elle est constituée d'un matériau conducteur de conductivité électrique γ. Elle est chauffée par la présence d'un champ magnétique alternatif qui, par induction, crée dans la plaque une densité volumique de courants $\vec{j}$. On peut montrer que si $\vec{B}$ est normal à la plaque et du type $B_0\cos\omega t$, alors $\vec{j}(r,t) = A\,r\,\sin(\omega t)\vec{e}_\theta$ avec $A = \frac{\gamma\omega B_0}{2}$.
Il s'agit donc d'un modèle de ce qu'il se produit lorsque l'on place une casserole sur une plaque à induction.

1 - Donner l'expression de la puissance volumique dissipée par effet Joule, et de la même puissance mais en moyenne sur une période. On la notera $\left\langle\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}\tau}\right\rangle$.

2 - Exprimer la puissance moyenne dissipée dans une couronne de rayon r, de largeur $\mathrm{d}r$ et d'épaisseur d.
En déduire l'expression de la puissance moyenne dissipée dans tout le disque.