

## I Plongée sous-marine

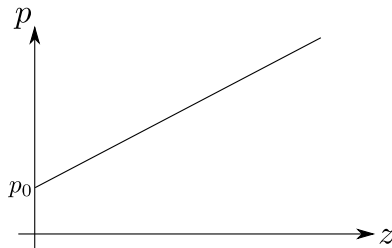
### I.1 La pression du gaz en immersion

D'après TPC 2015

1 - a -  $\frac{dp}{dz} = \rho g$  (signe + car axe  $z$  orienté vers le bas :  $p(z)$  doit augmenter lorsque  $z$  augmente).

b - On a l'équation de la statique des fluides ci-dessus.  $\rho$  et  $g$  sont constants. On l'intègre donc facilement (c'est du type  $f'(x) = \text{cst}$ ) :  $p(z) = \rho g z + A$  avec  $A$  une constante d'intégration, que l'on détermine avec la condition aux limites  $p(0) = p_0$ .

Donc on a  $p(z) = \rho g z + p_0$ .



Lorsque  $z$  augmente de  $\Delta z = 10 \text{ m}$ , la pression augmente de  $\Delta p = \rho g \Delta z \simeq 1 \text{ bar}$ .

### I.2 L'équipement de plongée

Les stabs

2 - a - Bilan des forces s'exerçant sur le système {plongeur + tout l'équipement} (axe  $z$  toujours vers le bas) :

- Poids  $\vec{P} = m_i g \vec{e}_z$
- Poussée d'Archimède, en supposant le plongeur et son équipement entièrement immergé :  $\vec{\Pi} = \rho V_{\text{total plongeur et équipement}} g \vec{e}_z = -\rho(V_s(0) + V_p(0) + V_0) g \vec{e}_z$ .

Le plongeur est immobile, donc d'après le principe fondamental de la statique :

$$\vec{\Pi} + \vec{P} = \vec{0}.$$

On isole donc  $V_s(0)$  :

$$V_s(0) = \frac{m_i}{\rho} - V_0 - V_p(0) \text{ soit } V_s(0) = 12.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 12.5 \text{ L}.$$

b - Même raisonnement que précédemment, mais la masse totale devient  $m_i + m_{\text{pb}}$ , et le volume total à la profondeur  $z_3 = 3 \text{ m}$  est  $V_s(z_3) + V_p(z_3) + V_0$ .

On a donc  $V_s(z_3) = \frac{m_i + m_{\text{pb}}}{\rho} - V_0 - V_p(z_3)$ .

Cependant, on ne connaît pas encore  $V_p(z_3)$ , volume des poumons du plongeur, qui change avec la profondeur à cause des forces de pression. On connaît  $V_p(0) = 7.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ .

On utilise donc la loi des gaz parfaits pour modéliser l'air dans les poumons. On a donc  $p(0)V_p(0) = nRT$  et  $p(z_3)V_p(z_3) = nRT$ , avec le même  $n$  car le plongeur ne respire pas, et la même température car supposée constante.

Donc  $V_p(z_3) = p(0)V_p(0)/p(z_3)$ .

Finalement, le volume du stabs afin que le plongeur se stabilise à 3 m de profondeur est

$$V_s(z_3) = \frac{m_i + m_{Pb}}{\rho} - V_0 - \frac{p(0)}{p(z_3)} V_p(0) \text{ soit } V_s(z_3) = 16.2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 16.2 \text{ L}.$$

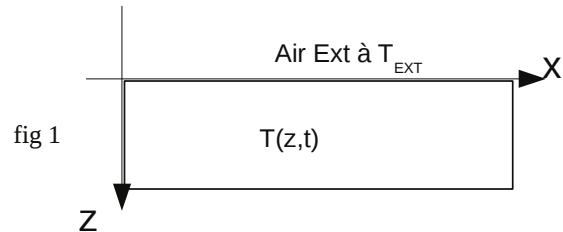
**Remarque :** Si on ne prend pas en compte le fait que  $V_p(z)$  varie, on trouve un volume du stabs de 14.5 L, ce qui n'est pas correct.

## II Transfert thermique

### PT physique B 2016

Quelques données pour le sol:

$\lambda = 0,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  conductivité thermique du sol  
 $\rho = 1500 \text{ kg.m}^{-3}$  masse volumique du sol  
 $c = 1000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  capacité thermique massique du sol



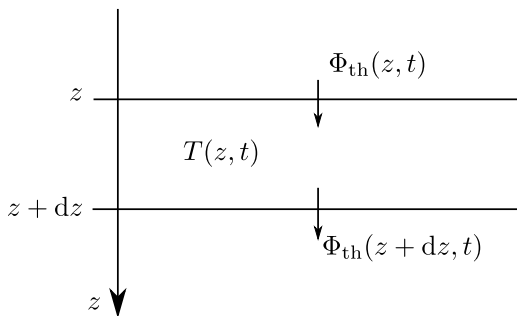
3 - a - Loi de Fourier :  $j_{th} = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_t$  avec  $\vec{j}_{th} = j_{th} \vec{e}_z$ .

b - Il s'agit de suivre la méthode de la fiche d'introduction du chapitre 7 (transferts thermiques).

★ On choisit ici des coordonnées cartésiennes. Le problème est unidimensionnel car il ne dépend que de la coordonnée  $z$ .

★ On délimite une tranche comprise entre les profondeurs  $z$  et  $z + dz$ , comme sur le dessin ci-dessous, et de surface  $S$  dans la direction perpendiculaire à l'axe  $z$ .

Le volume de cette tranche est  $dV = S \times dz$ .



★ On applique le premier principe de la thermodynamique à ce volume, qui est un système fermé. L'évolution est monobare avec  $p_{ini} = p_{fin} = p_{ext}$ , donc on a

$$dH = \delta Q = \Phi_{th}(z, t) dt - \Phi_{th}(z + dz, t) dt.$$

Or :

$$dH = (\rho dV c) dT = (\rho S dz c) (T(z, t + dt) - T(z, t)) = (\rho S dz c) \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

Et :

$$\begin{aligned} \Phi_{th}(z, t) dt - \Phi_{th}(z + dz, t) dt &= j_{th}(z, t) S dt - j_{th}(z + dz, t) S dt \\ &= -(j_{th}(z + dz, t) - j_{th}(z, t)) S dt \\ &= -\frac{\partial j_{th}}{\partial z} dz S dt. \end{aligned}$$

D'où :

$$(\rho c) \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_{th}}{\partial z}.$$

★ On utilise enfin la loi de Fourier pour exprimer  $j_{th}$  en fonction de  $T$ . On a donc finalement

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}.$$

**c** -  $\omega_A$  correspond à la variation annuelle de température au niveau du sol (alternance des saisons).

$\omega_J$  correspond à la variation journalière de la température au niveau du sol (alternance jour/nuit).

**d** - Il faut injecter la solution dans l'équation de la chaleur. Calculons d'abord les dérivées partielles :

- $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha e^{-z/\delta} (-\omega) \sin(\omega t + \varphi - z/\delta)$

- $\frac{\partial T}{\partial z} = \alpha e^{-z/\delta} (1/\delta) \sin(\omega t + \varphi - z/\delta) + \alpha (-1/\delta) e^{-z/\delta} \cos(\omega t + \varphi - z/\delta)$

- $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \alpha e^{-z/\delta} (-1)(1/\delta)^2 \cos(\omega t + \varphi - z/\delta) + \alpha (-1/\delta) e^{-z/\delta} (1/\delta) \sin(\omega t + \varphi - z/\delta) + \alpha (-1/\delta) e^{-z/\delta} (1/\delta) \sin(\omega t + \varphi - z/\delta) + \alpha (-1/\delta)^2 e^{-z/\delta} \cos(\omega t + \varphi - z/\delta)$

soit :  $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -2\alpha (1/\delta)^2 e^{-z/\delta} \sin(\omega t + \varphi - z/\delta)$ .

On injecte dans l'équation de la chaleur. Les sinus et les exponentielles se mettent en facteur et disparaissent. Le facteur  $a$  également. Il reste donc :

$(\rho c)(-\omega) = \lambda(-2)(1/\delta)^2$ , d'où :

$$\delta = \sqrt{\frac{2\lambda}{\rho c \omega}}$$

**e** - Avant tout,  $\delta$  est une longueur.

$\delta$  représente à la fois la longueur d'onde de l'onde thermique qui se propage dans le sol (ou plutôt  $\lambda = \delta/(2\pi)$ , cf apparition dans le terme en cosinus), et la longueur typique d'atténuation de l'onde (apparition dans le terme exponentiel).

**f** - Pour  $\omega_J$  :  $\delta \simeq 10$  cm. Pour  $\omega_A$  :  $\delta \simeq 2$  m.

**g** - On cherche  $z$  tel que  $a \exp(-z/\delta) = a/5$ .

Ceci est équivalent à  $z/\delta = -\ln(1/5) = \ln(5)$ , soit  $z = \delta \ln(5)$ .

On trouve alors  $z = 3.2$  m pour la pulsation annuelle.

### III Optique

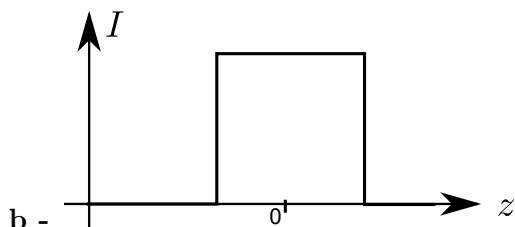
#### III.1 Trou d'Young

**4 - a** - Il s'agit de la diffraction des ondes lumineuses.

**b** - Seules les première et troisième propositions sont homogènes à une distance.

Il s'agit de la première, car le rayon de la tache sur l'écran doit augmenter si  $D$  augmente, et également si  $d$  diminue. Donc  $R = \kappa \frac{\lambda_0 D}{n_a d}$ .

**5 - a** -  $\tan \theta = R/D$  (faire un schéma).



**c** - Le modèle de l'intensité uniforme sur l'écran est valable dans une zone de l'écran proche du centre de la figure de diffraction, et plus précisément dans une zone de rayon petit devant l'extension  $R$  de la tache. Au delà, l'intensité n'est clairement pas uniforme.

### III.2 Dispositif interférentiel à deux trous d'Young

6 - a - Synchrones : la pulsation des ondes lumineuses émises par  $S_1$  et  $S_2$  est la même.

Cohérent : la phase à l'origine des trains d'onde émis par  $S_1$  et  $S_2$  est la même.

b - Dans le repère  $OXYZ$  : coordonnées du point  $S_1$  :  $(0, b/2, 0)$  ; du point  $S_2$  :  $(0, -b/2, 0)$  ; du point  $M$  :  $(D, y, z)$ .

Les distances sont donc :

$$S_1M = \sqrt{D^2 + (y - b/2)^2 + z^2},$$

$$S_2M = \sqrt{D^2 + (y + b/2)^2 + z^2}.$$

c - On a  $\delta_M = (S_1M) - (S_2M) = n_a S_1M - n_a S_2M$ . On suppose  $y, z$  et  $b$  sont très petits devant  $D$ , il faut donc faire un développement limité en utilisant la formule  $(1 + \epsilon)^{1/2} \simeq 1 + \epsilon/2$  pour  $\epsilon \ll 1$ .

On a donc :

$$\begin{aligned} S_1M &= \sqrt{D^2 + (y - b/2)^2 + z^2} \\ &= D \sqrt{1 + \frac{(y - b/2)^2 + z^2}{D^2}} \\ &\simeq D \left( 1 + \frac{(y - b/2)^2 + z^2}{2D^2} \right) \\ &= D \left( 1 + \frac{y^2 - yb + b^2/4 + z^2}{2D^2} \right). \end{aligned}$$

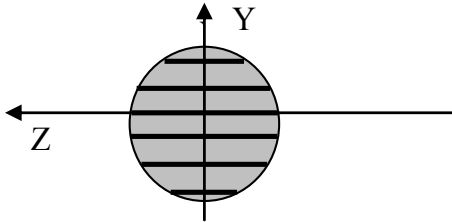
Et de même  $S_2M = D \left( 1 + \frac{y^2 + yb + b^2/4 + z^2}{2D^2} \right)$ .

Ainsi dans la différence il ne reste que le terme  $\delta_M = n_a \times D (-2) \frac{yb}{2D^2}$ , soit  $\delta_M = -n_a \frac{yb}{D}$ .

d - On utilise la formule de Fresnel :  $I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M \right) \right)$ .

Donc ici :  $I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{n_a y b}{D} \right) \right)$ .

e -



f - L'interfrange est  $i = \frac{\lambda_0 D}{n_a b}$ .

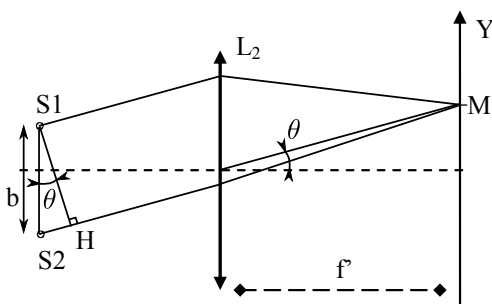
Il n'y a des franges d'interférence que dans la zone éclairée par les deux trous d'Young. Dans l'énoncé il est indiqué qu'il s'agit d'une zone circulaire de rayon  $R = 1$  cm.

On observe un nombre de frange qui est donné (à une ou deux près) par  $\frac{2R}{i} = 100$  ici.

**Remarque :** Comme au centre on a toujours la frange centrale brillante, on se rend compte que la formule exacte est plutôt  $1 + 2 \times$  partie entière de  $\frac{R}{i}$ .

### III.3 Montage expérimental

7 - a -



On réalise le tracé ci-contre. La surface  $S_1H$  est une surface d'onde pour une source en  $M$ . On a donc  $(MS_1) = (MH)$ .

L'énoncé indique également que  $S_1$  et  $S_2$  sont en phase, ce qui implique que  $(SS_1) = (SS_2)$ .

La différence de marche au point  $M$  est donc  $\delta_M = (SS_2M) - (SS_1M) = (SS_2) + (S_2H) + (HM) - (SS_1) - (S_1M) = (S_2H) = n_a S_2H$ .

Dans le triangle  $S_2HS_1$ , on a  $\sin \theta = S_2H/b$ , soit comme les angles sont petits (car on utilise une lentille) :  $\theta \simeq S_2H/b$ .

Dans le triangle  $O_2MO$ , on a  $\tan \theta = y/f'$ , donc  $\theta \simeq y/f'$ .

On a donc  $S_2H = by/f'$ , finalement  $\delta_M = \frac{n_a by}{f'}$ .

b - Formule de Fresnel :  $I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi n_a y b}{\lambda_0 f'} \right) \right)$ .

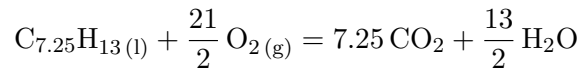
L'interfrange est la période spatiale de la figure d'interférence, c'est-à-dire qu'on l'identifie en écrivant le cosinus sous la forme  $\cos \left( \frac{2\pi}{i} y \right)$ .

Donc  $i = \frac{\lambda_0 f'}{n_a b}$ .

## IV Combustion du gazole

### e3a PSI 2016

8 - a - \* Formule du gazole :  $C_{7.25}H_{13}$ . L'équation de combustion complète est donc :



On note que sans plus d'information sur les températures, on ne peut pas connaître l'état des produits.

\* Tableau d'avancement avec les réactifs introduits en proportions stœchiométriques (afin que la réaction soit complète, c'est-à-dire que les réactifs soient entièrement consommés) :

	$C_{7.25}H_{13}$	+ 10.5 $O_2$	= 7.25 $CO_2$	+ 6.5 $H_2O$
E.I.	$n_0$	10.5 $n_0$	0	0
$\xi$	$n_0 - \xi$	10.5 $n_0 - 10.5\xi$	7.25 $\xi$	6.5 $\xi$
E.F. ( $\xi_f = n_0$ )	0	0	7.25 $n_0$	6.5 $n_0$

La réaction est supposée quasi-totale, et comme les réactifs sont introduits en proportions stœchiométriques l'avancement final est tel que leur quantité de matière soit nulle.

\* Pour répondre à la question, il faut convertir tout ceci en masse.

- $m_0 = 1$  kg de gazole correspond à  $n_0 = m_0/M$ , avec  $M = 100.0$  g/mol. Donc  $n_0 = 10.0$  mol.
- Ceci permet de dire que la quantité initiale de dioxygène est  $10.5n_0$ , soit une masse  $m = 10.5n_0 \times M$  avec  $M = 32.0$  g/mol. Donc  $m = 3.4$  kg. Le texte indique 3.4 kg, ce qui est correct.
- De même, on obtient  $m = 7.25n_0 \times M$  de  $CO_2$ , avec  $M = 44.0$  g/mol. Donc  $m = 3.2$  kg, en accord avec le texte.
- Enfin pour  $H_2O$  on a  $M = 18.0$  g/mol et  $m = 6.5n_0 \times M = 1.2$  kg, en accord avec le texte.

b - La masse de gazole consommée pour un kilomètre est  $0.045$  L/km  $\times$   $0.840$  kg/L. La masse de  $CO_2$  produite est 3.2 fois plus importante, donc correspond à  $m = 0.045$  L/km  $\times$   $0.840$  kg/L  $\times$   $3.2 = 121$  g.

Ceci est en accord avec le niveau d'émission indiqué dans le texte.

c - Soit  $x$  le nombre d'oxydation de l'élément carbone dans la molécule de gazole : on a  $7.25x + 13 = 0$ , donc  $x = -1.8$ .

Pour  $CO_2$  on a  $x - 2 \times 2 = 0$ , donc  $x = +4$ .

La réaction de combustion est une réaction d'oxydation car l'élément carbone voit son nombre d'oxydation changer. Il augmente, il est donc oxydé.

d - Loi de Hess. On trouve  $\Delta_r H^0 = -4.177 \times 10^3$  kJ/mol. La réaction est exothermique.

Une mole de gazole libère donc  $4.177 \times 10^6$  J.

Par kilogramme de gazole il y a une quantité de matière  $n = m/M = 10$  mol. L'énergie libérée par kilogramme est donc  $4.177 \times 10^7$  J.

La masse d'un litre est de 0.84 kg. Par litre il y a donc une quantité de matière  $n = 0.84 \times 10$  mol. L'énergie libérée par litre est donc  $3.5 \times 10^7$  J.

Encore une fois, le document a raison.

e - Tableau d'avancement (ne pas oublier le diazote, gaz spectateur, présent 3.7 fois plus que le dioxygène en terme de moles, cf document 3) :

	$C_{7.25}H_{13}$	+ 10.5 $O_2$	= 7.25 $CO_2$	+ 6.5 $H_2O$	$N_{2(g)}$
E.I. ( $T_0 = 298$ K)	$n_0$	10.5 $n_0$	0	0	$3.7 \times 10.5n_0$
$\xi$ ( $T_0 = 298$ K)	$n_0 - \xi$	10.5 $n_0 - 10.5\xi$	7.25 $\xi$	6.5 $\xi$	$3.7 \times 10.5n_0$
E.F.1 ( $T_0 = 298$ K) ( $\xi_f = n_0$ )	0	0	7.25 $n_0$	6.5 $n_0$	$3.7 \times 10.5n_0$
E.F.2 ( $T_f = ?$ )	0	0	7.25 $n_0$	6.5 $n_0$	$3.7 \times 10.5n_0$

★ Le système considéré est l'ensemble des constituants physico-chimiques en présence.

La transformation de E.I. à E.F.2 est supposée isobare à  $p = p_{ext}$ , donc d'après le premier principe version isobare on a  $\Delta H = Q_{reçu}$ . Elle est aussi supposée adiabatique, donc  $\Delta H = 0$ .

★ L'enthalpie étant une fonction d'état, elle ne dépend pas du chemin suivi. On introduit donc un chemin fictif passant par deux étapes, et on a  $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$ .

★ La première étape de E.I à E.F.1 est une réaction chimique isotherme isobare, d'avancement final  $n_0$ . Donc  $\Delta H_1 = n_0 \Delta_r H^0$ .

★ La seconde de E.F.1 à E.F.2 est un échauffement de  $T_0$  à  $T_f$  des constituants en présence. Donc

$$\begin{aligned} \Delta H_2 &= C_{p,tot}(T_f - T_0) \\ &= [7.25 n_0 C_{pm}^0(CO_{2(g)}) + 6.5 n_0 C_{pm}^0(H_2O_{(g)}) + 3.7 \times 10.5 n_0 C_{pm}^0(N_{2(g)})] (T_f - T_0) \end{aligned}$$

★ On a finalement :

$$T_f = T_0 + \frac{-\Delta_r H^0}{7.25 C_{pm}^0(CO_{2(g)}) + 6.5 C_{pm}^0(H_2O_{(g)}) + 3.7 \times 10.5 C_{pm}^0(N_{2(g)})}$$

On trouve  $T_f = 2.91 \times 10^3$  K.

f - (i) La transformation réelle n'est pas adiabatique, (ii) les réactifs ne sont pas introduits en proportions stœchiométriques donc il en reste à chauffer avec les produits, (iii) les produits ne restent pas sous cette forme si  $T$  est trop élevée, mais ce dissocient, ce qui consomme de l'énergie.

Tout ceci implique une température atteinte inférieure à celle calculée précédemment.

## V Titrage d'une solution d'acide chlorhydrique

9 - a - Réaction de titrage :  $H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2 H_2O_{(l)}$

À l'équilibre,  $K^0 = Q_r = \frac{1}{[H_3O^+][HO^-]} = \frac{1}{K_e} = 1.0 \times 10^{14}$ .

b - On utilise la méthode des tangentes parallèles. On trouve  $V_e = 10.0$  mL.

c - À l'équivalence, les réactifs sont introduits en proportions stœchiométriques :

$$n_{HO^- \text{ versé}} = n_{H_3O^+ \text{ initial}}, \text{ soit : } C V_e = C_1 V_0.$$

On a donc  $C_1 = \frac{C V_e}{V_0} = 5.0 \times 10^{-2}$  mol/L.