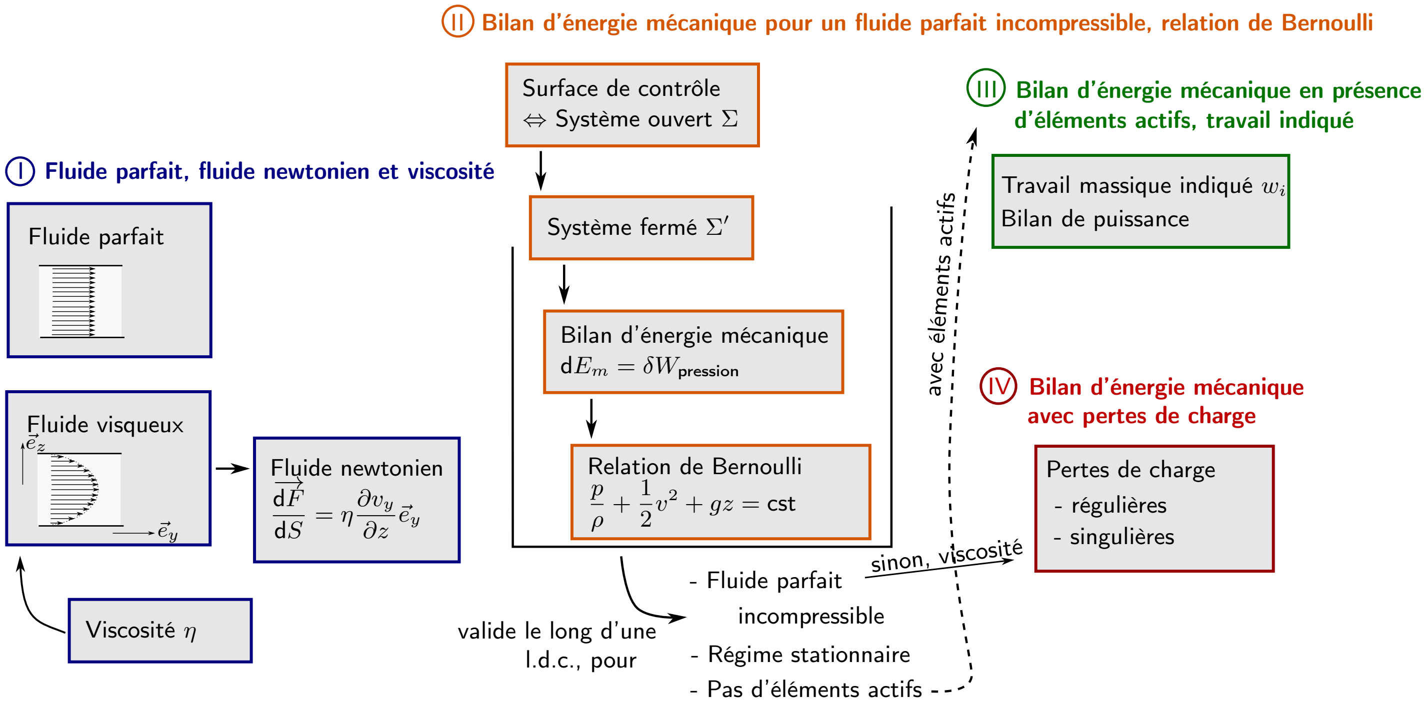
Partie II : Thermodynamique et mécanique des fluides
Chapitre 3

Viscosité, bilan d'énergie mécanique et relation de Bernoulli

Plan schématique du cours



Plan du cours

I - Fluides parfaits, fluides newtoniens et viscosité

1 - Fluide parfait

2 - Fluide visqueux, cas des fluides newtoniens

3 - Complément : écoulement laminaire ou turbulent, nombre de Reynolds

II - Bilan d'énergie mécanique pour un fluide parfait incompressible : relation de Bernoulli

1 - Définition du système fermé

2 - Bilan d'énergie mécanique pour le système fermé

III - Bilan d'énergie mécanique en présence d'éléments actifs, travail indiqué

1 - Travail indiqué

2 - Modification de la relation de Bernoulli et bilan de puissance

IV - Bilan d'énergie mécanique avec pertes de charge

1 - Perte de charge régulière

2 - Perte de charge singulière

3 - Compensation des pertes de charge par des éléments actifs

Ce qu'il faut connaître

——— (cours : I)

▶1 Comment définit-on un fluide parfait ?

Quelles conséquences lorsque l'on modélise un écoulement par un fluide parfait ? [a]

▶2 Quelles sont les conditions aux limites sur une paroi pour un fluide parfait ? et pour un fluide newtonien ?

▶3 Quelle est l'unité de la viscosité dynamique η ? Quel est son ordre de grandeur pour l'air, l'eau, les lubrifiants mécaniques ?

▶4 Quelle est l'expression de la force surfacique de cisaillement $\mathrm{d}\vec{F}$ dans un fluide newtonien ? (on considérera par exemple une surface $\mathrm{d}S$ orientée selon $\vec{e}_z$ et un écoulement selon $+\vec{e}_y$)

▶5 Savoir que la viscosité implique l'irréversibilité de l'écoulement.

——— (cours : II)

▶6 ⋆ Donner la **relation de Bernoulli** et ses conditions d'application. [b]

——— (cours : III)

▶7 ⋆ Qu'est-ce que le travail massique indiqué w_i (aussi parfois appelé travail utile) ?

Quelle est la relation entre travail massique indiqué, puissance indiquée Ψ_i et débit massique D_m ?

▶8 ⋆ Écrire la relation de Bernoulli entre l'entrée et la sortie d'un système qui comporte un élément actif qui fournit un travail indiqué w_i.

——— (cours : IV)

▶9 Quelle est la définition des pertes de charge régulières et singulières ?

▶10 ⋆ Écrire la relation de Bernoulli entre l'entrée et la sortie d'un système, en prenant en compte une perte de charge écrite sous la forme Δp_c.

Ce qu'il faut savoir faire

Remarque : La liste ci-dessous comporte les savoir faire généraux, ainsi que des exemples concrets de questions qui peuvent être posées. Ces exemples ne sont pas exhaustifs : d'autres questions peuvent aussi être abordées.

——— (cours : I)

▶11 Exploiter les conditions aux limites pour un écoulement dans une conduite.

- On considère le profil de vitesse $\vec{v} = v_0(1+\alpha r^2/R^2)\vec{e}_z$ dans une conduite d'axe z et de rayon R. On ne suppose pas le fluide parfait. Déterminer α. [c]

▶12 Relier profil de vitesse et force surfacique de cisaillement.

- On considère le profil de vitesse $\vec{v} = \alpha\, y\, \vec{e}_z$. L'écoulement se fait le long d'une plaque qui occupe le plan $y = 0$. Donner l'expression de la force par unité de surface qui s'exerce sur cette plaque. [d]

a. → viscosité nulle et $\vec{v}$ uniforme sur une section droite.

b. → le long d'une ligne de courant dans un écoulement incompressible, parfait, stationnaire.

c. Comme le fluide n'est pas supposé parfait, c'est la condition $\vec{v} = \vec{0}$ qui s'applique sur les parois. On doit donc avoir $v_0(1+\alpha r^2/R^2) = 0$ pour $r = R$. On a donc $\alpha = -1$.

d. Faire un schéma (attention, ce n'est pas la même situation que celle du cours, y et z sont inversés). Sur une surface $\mathrm{d}S$ il s'exerce une force $\mathrm{d}\vec{F} = \dfrac{\partial v}{\partial y}\vec{e}_z \times \mathrm{d}S = \alpha\vec{e}_z \times \mathrm{d}S$.

——— (cours : II)

▶13 Pour un écoulement unidimensionnel dans une conduite, définir une surface de contrôle Σ qui définit un système ouvert, puis définir un système fermé Σ' qui suit l'écoulement. Effectuer un bilan d'énergie mécanique sur ce système fermé afin de démontrer la relation de Bernoulli. (Question qui apparaît parfois à l'écrit en étant guidée.)

▶14 Utiliser la relation de Bernoulli (voir TD III, IV).

- On considère une cascade d'eau verticale à l'air libre. Au point 1 situé en haut, la vitesse de l'eau est négligeable, la pression est p_0, et l'altitude est $z_1 = h = 5.0\,\text{m}$. Au point 2 situé en bas, la pression est également p_0, l'altitude est $z_2 = 0$, la vitesse v_2. Donner l'expression et la valeur de v_2.[e]

——— (cours : III)

▶15 Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique (voir TD VII).

- On pompe de l'eau sur une hauteur $h = 10\,\text{m}$. On note A le point de captage (donc en bas), et on a $p_A = 1.0\,\text{bar}$. On note B le point d'arrivée de l'eau (donc en haut), et on veut $p_B = 11\,\text{bar}$. On est en régime permanent, on suppose $v_A = v_B$ (section constante), et on veut un débit volumique $D_v = 1.0 \times 10^3\,\text{L/h}$. Donner l'expression et la valeur numérique de la puissance indiquée nécessaire pour la pompe (correction : voir cours).

——— (cours : IV)

▶16 Utiliser des formules donnant la perte de charge (singulière ou régulière) (voir TD VI, VII, VIII).

- On considère une conduite horizontale de diamètre $d = 1.6\,\text{cm}$ et de longueur L, parcourue par un fluide incompressible en écoulement stationnaire. On donne la vitesse $v_0 = 3.5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et le nombre de Reynolds $R_e = 6 \times 10^4$. (Ces chiffres correspondent à une arrivée d'eau classique dans un logement.) On suppose que la perte de charge est donnée par la formule de Blasius : $\Delta p_c = 0.5\rho v_0^2\,\lambda\,L/d$, $\lambda = 0.316 R_e^{-0.25}$. Si la pression à l'entrée est de 5 bar, quelle est la pression en sortie au bout de 10 m ?[f]

Documents associés au cours

I.2 – Fluides visqueux

Ordres de grandeur pour les fluides précédés d'une étoile ⋆ : à retenir.

Fluide	Viscosité dynamique η
⋆ Air à 15°C, 1 bar	$1.8 \times 10^{-5}\,\text{Pl}$
⋆ Eau à 20°C, 1 bar	$1.0 \times 10^{-3}\,\text{Pl}$
Miel à 20°C	$\sim 10\,\text{Pl}$
Huile pour moteur 15W40	à 20°C : $5.8 \times 10^{-1}\,\text{Pl}$ à 40°C : $9.1 \times 10^{-2}\,\text{Pl}$ à 80°C : $1.9 \times 10^{-2}\,\text{Pl}$
⋆ Lubrifiant hydraulique en général	$\sim 0.1\,\text{Pl}$

Table : Exemples de viscosité dynamique η, en poiseuille ($1\,\text{Pl} = 1\,\text{Pa}\cdot\text{s}$).
Tables de données pour les huiles moteur et autres fluides : http://www.viscopedia.com/viscosity-tables/substances/engine-oil/

Par ailleurs, la vitesse des écoulements dans le domaine industriel est de l'ordre de 1 à quelques m/s pour les liquides, et de 5 à 10 m/s pour les gaz.

e. On suppose l'écoulement stationnaire, parfait et incompressible. On applique la relation de Bernoulli le long d'une ligne de courant entre 1 et 2 : $\frac{p_0}{\rho} + \frac{1}{2}v_1^2 + gz_1 = \frac{p_0}{\rho} + \frac{1}{2}v_2^2 + gz_2$. On en déduit ici que $v_2 = \sqrt{2gh} = 10\,\text{m/s}$.

f. On trouve que l'on a perdu $\Delta p_c = 0.77\,\text{bar}$, donc on a en sortie $p_s = 4.23\,\text{bar}$.

IV.1 – Perte de charge régulière

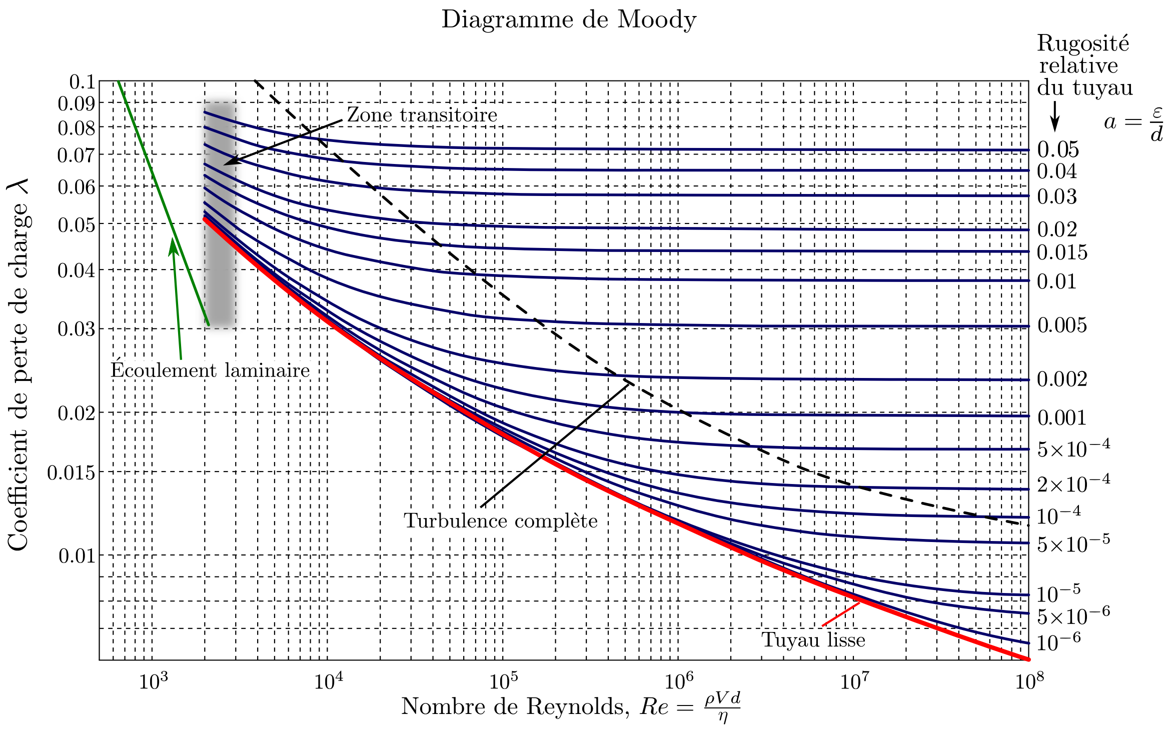
Remarque : Les informations qui suivent ne sont pas à connaître, elles sont ici à titre illustratif. Elles peuvent être données dans le cadre de documents dans un sujet à l'écrit ou à l'oral.

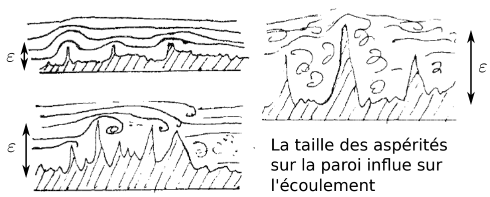
On écrit la perte de charge régulière sous la forme

$$\Delta p_c = \frac{1}{2}\rho V^2 \, \lambda \, \frac{L}{d}, \tag{1}$$

avec L la longueur de la conduite, d son diamètre, V la vitesse moyenne de l'écoulement, ρ la masse volumique du fluide.

Le paramètre λ dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement et de la rugosité de la conduite. Ses valeurs sont obtenues par des expériences, dont les résultats sont résumés dans le diagramme de Moody ci-dessous.





Matériau	ε (mm)
Béton, grossier	0.25
Béton, neuf lisse	0.025
Tube laminé	0.0025
Verre, Plexiglass	0.0025
Fer, Fonte	0.15
Égout, usé	3.0
Acier, revêtement ciment	0.1
Acier, rouillé	0.5
Acier, de construction ou forgé	0.025
Canalisation d'eau, usée	1.0

Source : Wikipédia, et cours INSA 1985 E. Rieutord.

On voit sur ce diagramme différents régimes, dont certains pour lesquels une formule donne explicitement λ :

- Écoulement laminaire ($R_e \leq 2000$) : formule de Poiseuille, $\lambda = \dfrac{64}{R_e}$.
- Écoulement turbulent dans une conduite lisse ($a = \epsilon/D \to 0$) : si $3000 < R_e < 10^5$, formule de Blasius, $\lambda = 0.316 R_e^{-1/4}$.
- Tous les autres régimes : pas vraiment de formules, il faut lire le diagramme.

Situation	D_v	v	D	R_e	λ	$\Delta p_c/L$
expérience du cours	$1.2\cdot 10^{-2}\,\frac{L}{s}$	$1\,\mathrm{m/s}$	$4\,\mathrm{mm}$	4×10^{3}	4×10^{-2}	
plomberie dans logement	$0.7\,\mathrm{L/s}$		$1.6\,\mathrm{cm}$			
installation industrielle		$1\,\mathrm{m/s}$	$10\,\mathrm{cm}$			

Table : Exemples d'écoulements typiques et des pertes de charges régulières associées. En général, les pertes de charges singulières sont du même ordre de grandeur.

IV.2 – Perte de charge singulière

Remarque : Les informations qui suivent ne sont pas à connaître, elles sont ici à titre illustratif. Elles peuvent être données dans le cadre de documents dans un sujet à l'écrit ou à l'oral.

On écrit la perte de charge singulière sous la forme

$$\Delta p_c = \frac{1}{2}\rho V^2\,K, \tag{2}$$

avec V la vitesse moyenne de l'écoulement, ρ la masse volumique du fluide.

C'est une perte de charge localisée, au passage d'un obstacle, changement de section, coude, robinet, etc.

Ci contre un exemple de perturbation de l'écoulement au passage d'un coude. Les zones de tourbillons dissipent de l'énergie, ce qui explique la perte de charge.

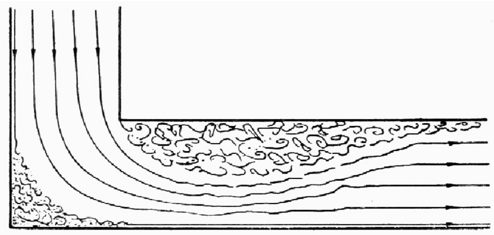
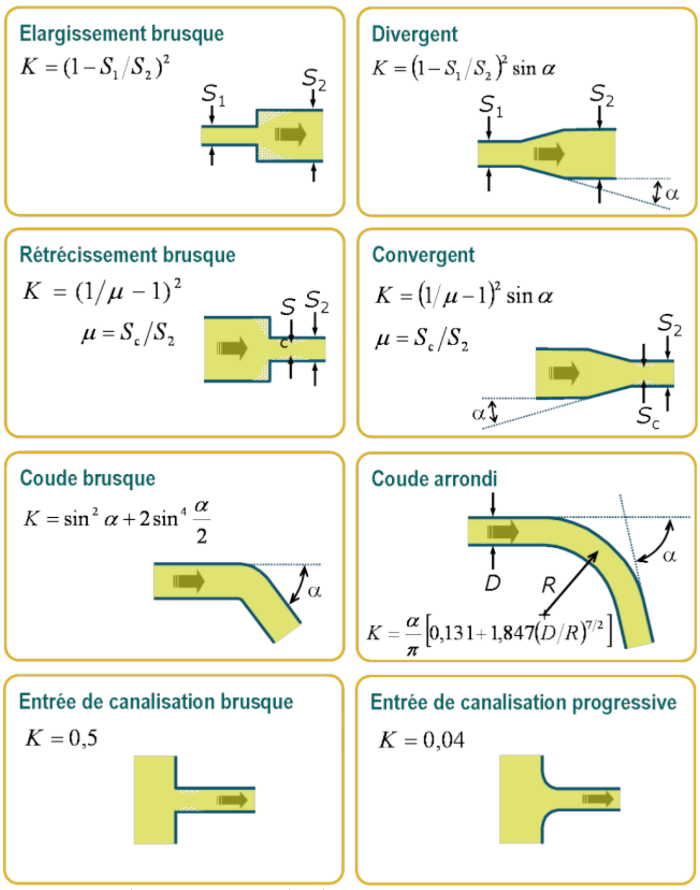


FIG. 6.2. — Figure de l'écoulement dans un coude de 90°

Exemples de valeurs de coefficient K :



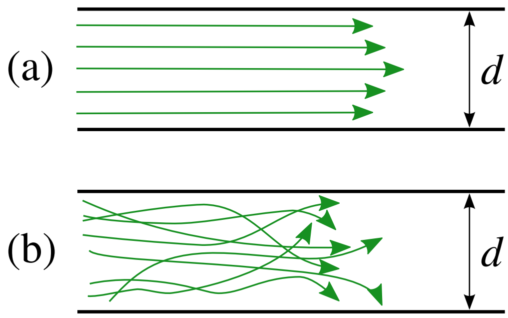
Source : http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_C_M02_G02/co/Contenu_32.html

(La suite de ce polycopié est la partie I.3 du cours)

Complément : notion d'écoulement laminaire et turbulent, nombre de Reynolds (partie I.3 du cours)

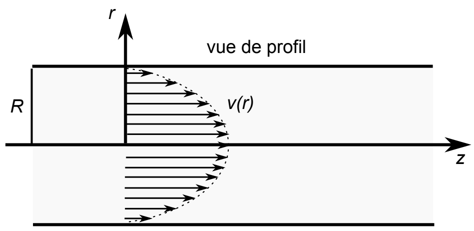
- **Un écoulement laminaire** est un écoulement où les trajectoires des particules de fluide restent localement parallèles entre elles. Elles ne se "mélangent pas" rapidement.

- **Un écoulement turbulent** est un écoulement où les trajectoires des particules de fluide sont imbriquées et complexes. Elles varient constamment au cours du temps. Le mélange d'un tel écoulement est très rapide.

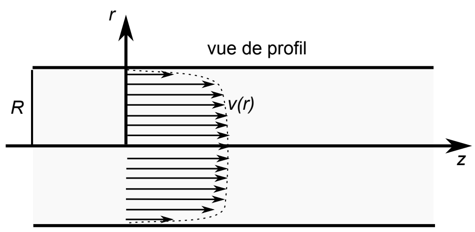


Trajectoires de particules de fluide pour un écoulement (a) laminaire, et (b) turbulent.

La figure ci-dessus représente les trajectoires instantanées des particules de fluide.
Si on regarde la vitesse moyenne du fluide en chaque point de l'espace, on obtient un profil de vitesse comme ci-dessous. Il est plus homogène dans le cas turbulent que dans le cas laminaire.



(a) Profil de vitesse pour un écoulement laminaire (profil de Poiseuille).



(b) Profil de vitesse après moyenne temporelle pour un écoulement turbulent.

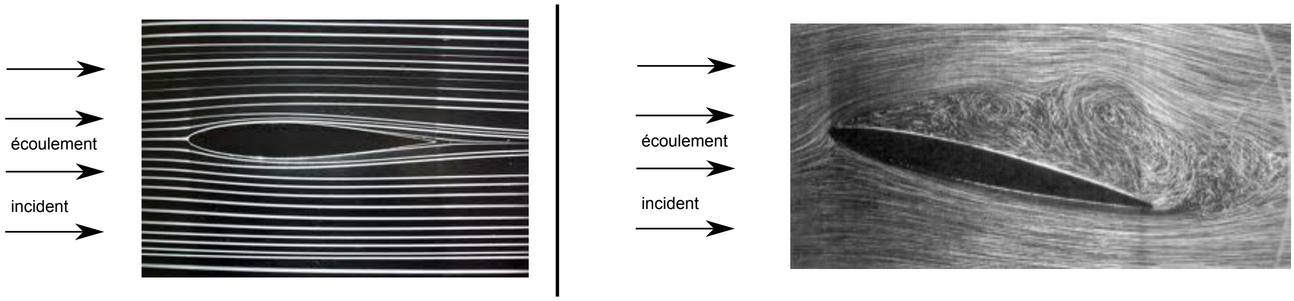
Le nombre de Reynolds permet de prédire si un écoulement est laminaire ou turbulent. Il est défini comme

$$R_e = \frac{\rho v d}{\eta} \qquad \text{(sans dimension), avec :}$$

- d la taille typique de l'écoulement (ici le diamètre d'une conduite),
- η la viscosité dynamique,
- ρ la masse volumique du fluide,
- v la vitesse moyenne de l'écoulement.

Pour R_e faible, l'écoulement est laminaire, et pour R_e élevé il est turbulent. Pour un écoulement dans une conduite, on constate expérimentalement que la limite est environ $R_e \simeq 2300$.

On peut visualiser les différents types d'écoulement en soufflerie sur la figure ci-dessous, qui concerne un profil d'aile d'avion. Des expériences similaires existent avec d'autres objets (ballons, maquettes de voitures, bâtiments, etc.).



Écoulement autour d'une maquette d'aile d'avion dans une soufflerie. Les lignes blanches sont produites par une injection de fumée en amont dans l'écoulement. Elles représentent donc les trajectoires des particules de fluide, et donc les lignes de courant si le régime est permanent.

À gauche, l'écoulement est laminaire ; à droite il est turbulent dans la couche située derrière l'aile, laminaire ailleurs.

Voir le site de la classe pour une vidéo.
Il existe également des applications smartphone qui simulent ce type d'écoulement (par exemple Wind Tunnel Free).