Partie I : Électronique
Rappels de 1re année

Correction – DM 1 – électronique / filtrage

I Étude d'un bloc filtre

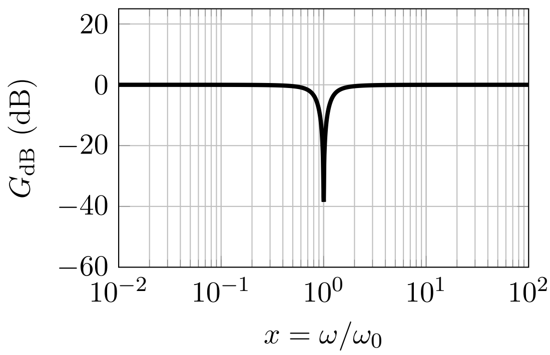
1.a – • $\boxed{\underline{H} \underset{\omega\to 0}{\sim} 1.}$ • $\boxed{\underline{H}(\mathrm{j}\omega_0) = 0.}$ • $\underline{H} \underset{\omega\to+\infty}{\sim} \dfrac{-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}{-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}$, soit $\boxed{\underline{H} \underset{x\to+\infty}{\sim} 1.}$

1.b – On rappelle que $G_{\mathrm{dB}} = 20\log|\underline{H}|$ (ne pas oublier le module). On reprend donc les expressions précédentes de $\underline{H}$.

- $\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{\omega\to 0}{\sim} 0}$ (car $\log(1) = 0$).
- $\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{\omega\to\omega_0}{\to} -\infty}$ (car $\log(x) \to -\infty$ pour $x \to 0$).
- $\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{\omega\to+\infty}{\sim} 0}$ (car $\log(1) = 0$).

1.c –

Ci-contre le diagramme de Bode en gain tracé pour une valeur $Q = 2$. Ce tracé numérique ne le montre pas, mais la courbe doit bien tendre vers moins l'infini en $\omega = \omega_0$.
Il s'agit d'un filtre coupe-bande, car il laisse passer les basses et hautes fréquences, mais coupe autour d'une pulsation ω_0.



2 – ⋆ Le condensateur et la bobine sont en parallèles et sont équivalents à une impédance $\underline{Z}_{\text{éq}}$ donnée par

$$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{éq}}} = \frac{1}{\mathrm{j}L\omega} + \frac{1}{1/(\mathrm{j}C\omega)} = \frac{1 + \mathrm{j}C\omega\,\mathrm{j}L\omega}{\mathrm{j}L\omega},$$

d'où $\underline{Z}_{\text{éq}} = \dfrac{\mathrm{j}L\omega}{1 - LC\omega^2}$.

⋆ On applique ensuite un diviseur de tension : $\underline{u_2} = \underline{u_1} \times \dfrac{R}{R + \underline{Z}_{\text{éq}}}$.

⋆ Puis il reste à réaliser les calculs :

$$\begin{aligned}\underline{u_2} &= \underline{u_1} \times \frac{R}{R + \dfrac{\mathrm{j}L\omega}{1 - LC\omega^2}} \\ &= \underline{u_1} \times \frac{R(1 - LC\omega^2)}{R(1 - LC\omega^2) + \mathrm{j}L\omega} \\ &= \underline{u_1} \times \frac{1 - LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + \mathrm{j}\dfrac{L}{R}\omega}\end{aligned}$$

⋆ On identifie ceci avec la forme de l'énoncé $\underline{H} = \dfrac{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 + \dfrac{1}{Q\omega_0}\mathrm{j}\omega - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}$.

On a donc $\dfrac{1}{\omega_0^2} = LC$, d'où $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}.}$ Et $\dfrac{1}{Q\omega_0} = \dfrac{L}{R}$, soit $\boxed{Q = R\sqrt{\dfrac{C}{L}}.}$

Remarque : Pour le circuit RLC série on a $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$. Ici c'est l'inverse. Cela reste homogène car Q est sans dimension, donc l'inverse de cette expression l'est également.

II Étude d'un second bloc filtre (facultatif)

3.a – On raisonne d'abord directement sur $\underline{H}$, puis on prendra ensuite le module et on calculera le gain. C'est plus simple que de calculer le gain dans le cas général puis de prendre la limite.

▶ En basse fréquence, on a $x \to 0$, donc $1/x$ tend vers l'infini et devient très grand devant tous les autres termes du dénominateur : on néglige ces derniers et on a

$$\boxed{\underline{H} \sim \frac{A_0}{-\mathrm{j}Q\frac{1}{x}} = \frac{\mathrm{j}A_0 x}{Q}.}$$

Le gain est donc $G_{\mathrm{dB}} \simeq 20\log\left|\dfrac{\mathrm{j}A_0x}{Q}\right| = 20\log\dfrac{A_0x}{Q}$, soit $\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{x\to 0}{\sim} 20\,\log\dfrac{A_0}{Q} + 20\log x.}$

Dans le diagramme de Bode qui donne G_{dB} en fonction de $\log x$, l'asymptote est donc une droite de pente $+20$ (on dit aussi que la pente est de $+20$ décibels par décade ou dB/décade) et d'ordonnée à l'origine $20\,\log\dfrac{A_0}{Q} = -48\,\mathrm{dB}$ avec les données de l'énoncé.

▶ En hautes fréquences, on a $x \to +\infty$. Au dénominateur, le terme dominant devient x, et on néglige les autres devant lui. On a donc $\boxed{\underline{H} \sim \dfrac{A_0}{\mathrm{j}Qx}.}$

Le gain est donc : $G_{\mathrm{dB}} \simeq 20\log\left|\dfrac{A_0}{\mathrm{j}Qx}\right| = 20\log\dfrac{A_0}{Qx} = 20\log\dfrac{A_0}{Q} - 20\log x$,

soit $\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{x\to+\infty}{\sim} 20\,\log\dfrac{A_0}{Q} - 20\log x.}$

L'asymptote est donc une droite de pente -20 dB/décade et d'ordonnée à l'origine $20\,\log\dfrac{A_0}{Q} = -48\,\mathrm{dB}$.

3.b – On veut une représentation schématique (pas un tracé avec un logiciel). On trace donc les deux asymptotes.

On place également le point en $x = 1$ (c'est-à-dire en $\omega = \omega_0$) : on a alors $\underline{H} = A_0$ et donc $G_{\mathrm{dB}} = 20\,\log A_0 = -20$.

Puis on trace approximativement l'allure.

Il s'agit d'un filtre passe-bande, car il coupe à la fois les basses et les hautes fréquences.