

I Double diviseur de tension

1 - R_2 et R_4 sont en série, donc équivalentes à une résistance $R' = R_2 + R_4 = 30 \Omega$.

R' et R_3 sont en parallèle, donc équivalentes à une résistance

$$R_{AB} = \frac{R'R_3}{R' + R_3} = 12 \Omega.$$

2 - ★ On raisonne d'abord sur le schéma équivalent où il y a R_{AB} , afin de déterminer la valeur de U_{AB} .

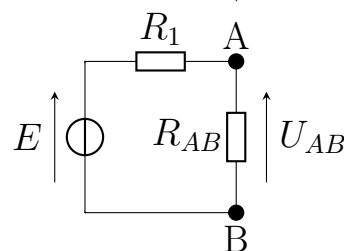
Un diviseur de tension donne

$$U_{AB} = E \frac{R_{AB}}{R_{AB} + R_1} = \frac{E}{2}.$$

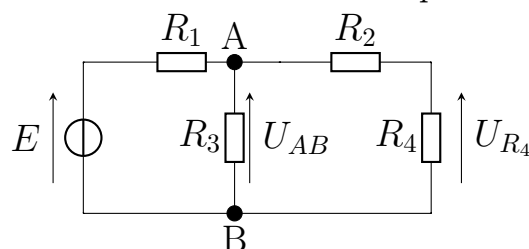
★ On retourne au schéma de départ. On connaît U_{AB} . Un diviseur de tension permet d'obtenir U_{R_4} :

$$U_{R_4} = U_{AB} \frac{R_4}{R_4 + R_2} = \frac{E}{2} \frac{2}{3}, \quad \text{soit} \quad U_{R_4} = \frac{E}{3} = 2,0 \text{ V}.$$

Schéma équivalent (question 1) :



Retour au schéma de départ :



II Solide ionique ou covalent ?

3 - Voir schéma du cours. Population : $N_I = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$.

4 - Les sites tétraédriques sont situés au centre de chaque petit cube (cube huitième) de la maille : il y en a donc huit par maille.

Un sur deux est occupé par les atomes de cuivre, donc la population est $N_{Cu} = 4$.

5 - En conclusion, il y a dans le cristal autant d'atomes (ou d'ions) iode (4) que d'atomes (ou d'ions) cuivre : la stœchiométrie est bien CuI.

Première hypothèse : CuI est un solide ionique

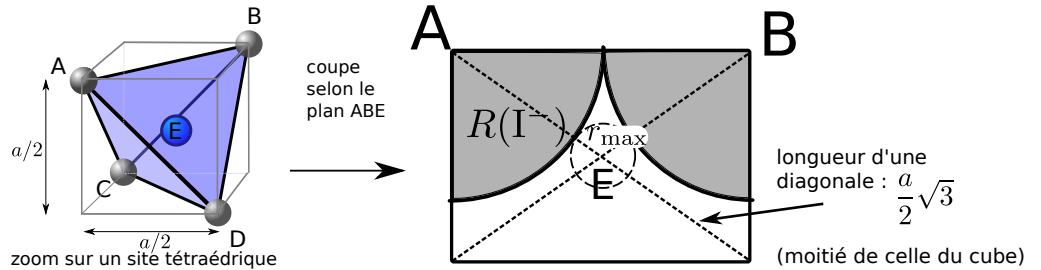
6 - L'iode est situé dans l'avant-dernière colonne de la classification périodique : il tend à gagner un électron pour rejoindre la configuration électronique du gaz noble le plus proche, donc à former I^- .

7 - 4 ions Cu^+ et 4 ions I^- par maille : le cristal est bien neutre.

8 - Contact le long de la diagonale d'une face : $a\sqrt{2} = 4R(I^-)$ d'où $a = \frac{4R(I^-)}{\sqrt{2}}$.

9 - Le contact au sein d'un site T a lieu sur la diagonale du cube huitième (petit cube). Cette diagonale est la moitié de la grande diagonale du cube, donc sa longueur est $a\sqrt{3}/2$.

Il y a contact ainsi : la moitié de cette diagonale mesure $r_{\max} + R(I^-)$, donc :



$$\frac{a\sqrt{3}}{4} = R(I^-) + r_{\max}, \text{ soit } r_{\max} = \frac{a\sqrt{3}}{4} - R(I^-).$$

10 - Or $a = \frac{4R(I^-)}{\sqrt{2}}$ donc on remplace :

$$r_{\max} = \frac{4R(I^-)\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} - R(I^-) \text{ soit } r_{\max} = R(I^-) \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 1 \right).$$

11 - Pour que le cristal ionique soit stable, il faudra que $R(Cu^+) > r_{\max}$, c'est-à-dire qu'il faut que les cations Cu^+ ne rentrent pas dans ces sites : ainsi ils forcent une déformation de la maille et donc un contact entre Cu^+ et I^- .

Conclusion : il y a contact anion-cation si

$$R(Cu^+) > r_{\max}, \text{ donc si } \frac{R(Cu^+)}{R(I^-)} > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 1 = 0,225.$$

12 - Or $\frac{R(Cu^+)}{R(I^-)} = 0,436$, donc il y a bien contact. C'est en faveur du modèle ionique.

13 - On vient de montrer qu'il y avait contact entre les anions et les cations au sein des sites T. Ainsi sur la moitié d'une diagonale du petit cube :

$$R(I^-) + R(Cu^+) = \frac{a_i\sqrt{3}}{4} \text{ d'où } a_i = \frac{4}{\sqrt{3}} (R(I^-) + R(Cu^+)) = 730 \text{ pm}.$$

Seconde hypothèse : CuI est un solide covalent

14 - $\frac{R(Cu)}{R(I)} = 0,880$ et $\sqrt{\frac{3}{2}} - 1 = 0,225$ donc la condition est satisfaite : il y a contact entre I et Cu.

15 - Même démonstration que précédemment : contact selon la diagonale d'un petit cube, ce qui donne

$$R(\text{I}) + R(\text{Cu}) = \frac{a_c \sqrt{3}}{4} \quad \text{d'où} \quad \boxed{a_c = \frac{4}{\sqrt{3}} (R(\text{I}) + R(\text{Cu})) = 577 \text{ pm.}}$$

16 - Modèle ionique : la valeur de a est supérieure d'environ 20 % à celle mesurée. Modèle covalent : la valeur de a est inférieure d'environ 7 % à celle mesurée. Conclusion : le modèle covalent décrit mieux les liaisons que le modèle ionique.

(Cependant, il ne peut pas non plus être considéré comme parfaitement satisfaisant. Les liaisons dans le cristal sont des liaisons covalentes polarisées, qui présentent des caractéristiques intermédiaires entre une liaison covalente et une liaison ionique.)

III Capteur de température

17 - Lorsque le pont est équilibré, le courant passant dans l'ampèremètre est nul. On peut donc utiliser un diviseur de tension pour :

- La tension aux bornes de R_2 : $U_{R_2} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$.

- La tension aux bornes de R_4 : $U_{R_4} = E \frac{R_4}{R_3 + R_4}$.

Le courant traversant l'ampèremètre est nul lorsque $V_A = V_B$, donc lorsque $U_{R_2} = U_{R_4}$.

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow R_2(R_3 + R_4) = R_4(R_1 + R_2) \Rightarrow \boxed{R_2 R_3 = R_1 R_4}$$

18 - On se place pour un pont équilibré. On a alors $\Delta T = 0$ (et donc $R_1 = R_0$) et $R_1 R_4 = R_2 R_3$.

D'où $R_0 R_4 = R_2 R_3$.

$$\text{D'où } \boxed{R_0 = \frac{R_2}{x}} \text{ car } x = \frac{R_4}{R_3}$$

19 - Le voltmètre étant équivalent à une impédance très élevée, le courant qui le traverse peut être supposé nul. On peut donc encore appliquer les deux diviseurs de tensions de ci-dessus.

On place la masse tout en bas du circuit. On a donc $V_A = U_{R_2}$ et $V_B = U_{R_4}$.

D'où :

$$\begin{aligned}U &= V_A - V_B \\&= E \frac{R_2}{R_1 + R_2} - E \frac{R_4}{R_3 + R_4} \\&= E \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} - E \frac{x}{1 + x} \\&= E \frac{1}{\frac{R_0}{R_2}(1 + \alpha\Delta T) + 1} - E \frac{x}{1 + x} \\&= E \frac{x}{(1 + \alpha\Delta T) + x} - E \frac{x}{1 + x} \\&= Ex \frac{(1 + x) - (1 + \alpha\Delta T + x)}{(1 + \alpha\Delta T + x)(1 + x)} \\&= Ex \frac{-\alpha\Delta T}{(1 + \alpha\Delta T + x)(1 + x)}\end{aligned}$$

$$U = \frac{-Ex\alpha\Delta T}{(1 + \alpha\Delta T + x)(1 + x)}.$$

20 - Si on mesure des ΔT de l'ordre de la centaine de degrés, alors $\alpha\Delta T$ est de l'ordre de 0,1, ce qui peut être négligé devant $1 + x$.

La mesure de tension est alors proportionnelle à ΔT , ce qui en fait un bon capteur de température.

21 - Avec $x = 1$ et en négligeant le terme en $\alpha\Delta T$ devant 1 au dénominateur, on a

$$U = \frac{-E\alpha\Delta T}{4}, \text{ d'où } \Delta T = \frac{-4U}{\alpha E} = 10^\circ\text{C}.$$