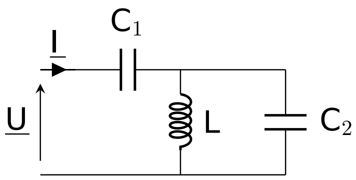
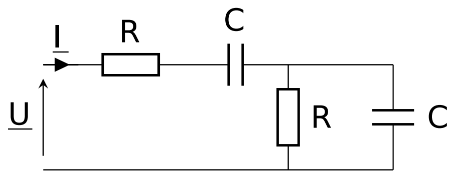
Étude des systèmes linéaires
Chapitre 4

TD – Régime sinusoïdal forcé

I Impédances équivalentes ★ | [● ○ ○]

Suite de l'EC2. Donner l'expression de l'impédance équivalente à chaque association de dipôles.

1 - 

2 - 

II Suite de l'EC6 : caractéristiques de la résonance en intensité du RLC série [● ● ○]

On reprend l'étude de l'EC 6. On a montré que l'amplitude complexe du courant $i(t)$ est :

$$\underline{I}_0 = \frac{E_0/R}{1 + \mathrm{j}Q\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}.$$

1. En déduire l'expression de la différence de phase $\Delta\varphi$ entre l'intensité et la tension d'alimentation en fonction de x.

   Donner l'allure de la courbe associée en déterminant la valeur de $\Delta\varphi$ en hautes fréquences, en basses fréquences et à la résonance.

2. La bande passante $\Delta\omega$ est définie comme $|\omega_{c1} - \omega_{c2}|$, ces pulsations étant les pulsations de coupures, pour lesquelles l'amplitude est divisée par $\sqrt{2}$ par rapport à sa valeur maximale. Établir l'expression de $\Delta\omega$ en fonction de ω_0 et Q.

   Comment varie-t-elle lorsque Q augmente ?

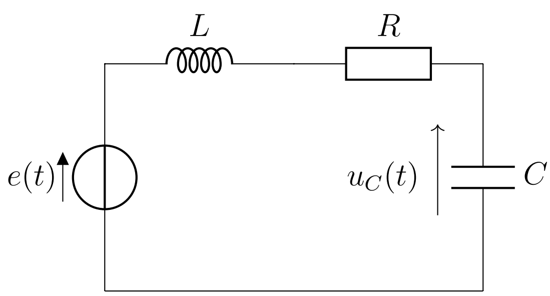
3. L'acuité de la résonance est définie comme $A_c = \dfrac{\omega_r}{\Delta\omega}$, avec ω_r la pulsation à la résonance.

   Donner son expression en fonction du facteur de qualité. Quelle est l'influence du facteur de qualité sur l'acuité de la résonance en intensité ?

   Représenter I_0 en fonction de la pulsation pour différentes valeurs de Q.

III Résonance en tension du circuit RLC série ★ | [● ○ ○]

On étudie le circuit ci-contre. Le générateur idéal de tension délivre une tension $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$.



1 - On cherche $u_c(t)$ sous la forme $u_c(t) = U_{C0}\,\cos(\omega t + \varphi)$.

Par quelle expression complexe ce signal est-il représenté ?

2 - Donner l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U}_{C0}$ de u_c en fonction de R, L, C, E_0 et ω.

Écrire ensuite cette expression sous la forme canonique $\underline{U}_{C0} = \dfrac{E_0}{1 - x^2 + \mathrm{j}\dfrac{x}{Q}}$, en introduisant la pulsation propre ω_0, le facteur de qualité Q, et la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$.

On donnera les expressions de ω_0 et de Q en fonction de R, L et C.

3 - En déduire l'expression de l'amplitude U_{C0} de $u_C(t)$ en fonction de x.

Pour quelles valeurs du facteur de qualité y a-t-il résonance en tension ? Pour quelle pulsation la résonance a-t-elle alors lieu ? Quelle est alors la valeur de la tension ?

Tracer l'allure de la courbe $U_{C0} = f(x)$ dans le cas où il y a résonance et dans le cas où il n'y a pas résonance.

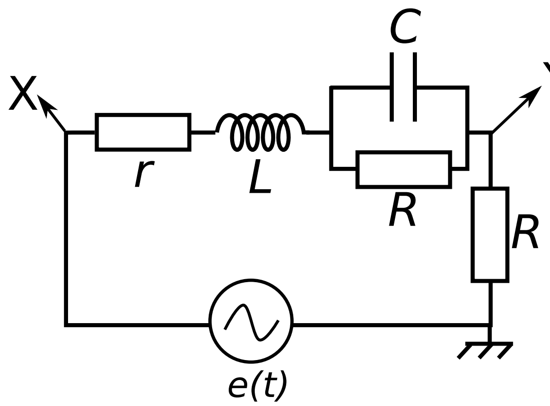
4 - En déduire également l'expression de la différence de phase $\Delta\varphi$ entre $u_C(t)$ et la tension d'alimentation en fonction de x.

Donner l'allure de la courbe en déterminant la valeur de $\Delta\varphi$ en hautes fréquences, en basses fréquences et en $x = 1$.

5 - À partir de quelle valeur du facteur de qualité la pulsation de résonance et la pulsation propre sont-elles proches à moins de 1% ?

IV Détermination d'une inductance [• • ○]

On réalise le montage ci-contre, et on mesure sur l'oscilloscope les tensions $u_R(t)$ et $e(t)$. On a $C = 10\,\mu\mathrm{F}$, $R = 100\,\Omega$.



1 - Déterminer l'expression de l'impédance équivalente à l'ensemble des composants entre X et la masse.

2 - On constate que pour $f = 180\,\mathrm{Hz}$, les deux signaux sont en phases. Déterminer alors la valeur de l'inductance L.

V Étude de graphes d'amplitude et de phase ★ | [● ○ ○]

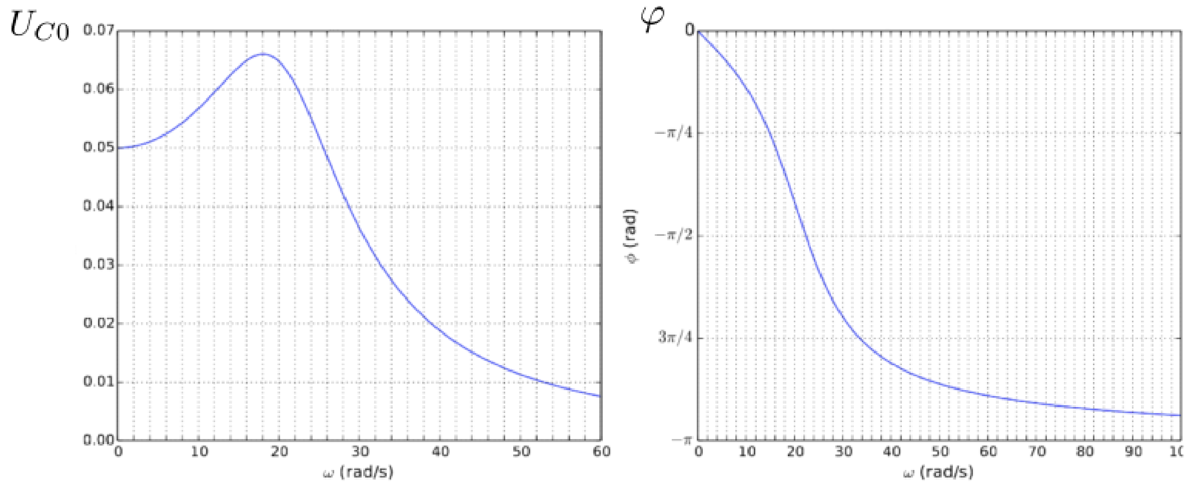
On étudie un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé. On s'intéresse dans le cas a/ ci-dessous à la tension aux bornes du condensateur. On réalise une acquisition de l'amplitude de cette tension et du déphasage entre cette tension et celle du générateur.
On justifiera les réponses à partir des expressions des amplitudes et déphasages données dans la partie IV.2 du cours.

1 - En déduire les valeurs de la pulsation propre et de la pulsation de résonance du circuit, ainsi que celle du facteur de qualité.

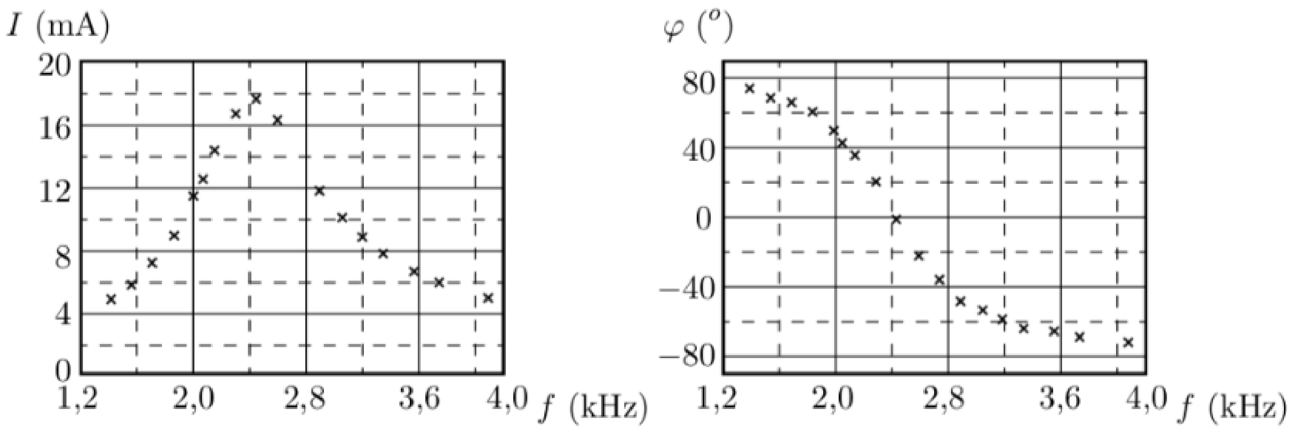
On change ensuite les paramètres du circuit. On s'intéresse cette fois au suivi du courant : cas b/ ci-dessous.

2 - Déterminer ici aussi les valeurs de la fréquence propre, de la fréquence de résonance, et du facteur de qualité.

a/

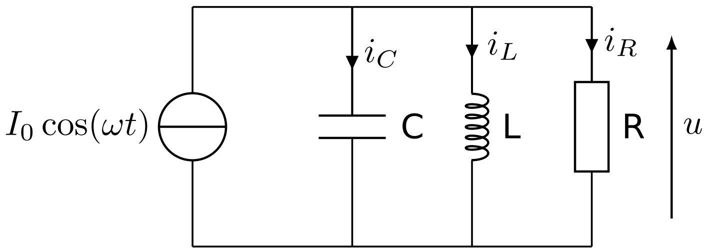


b/



VI Antenne émettrice [• • ∘]

L'antenne d'un émetteur radio peut être modélisée par un circuit électrique équivalent composé de l'association en parallèle d'une résistance R, d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C. L'antenne est alimentée par une source idéale de courant dont l'intensité caractéristique varie de manière sinusoïdale dans le temps : $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. On s'intéresse à la manière dont l'amplitude de la tension $u(t)$ aux bornes de l'antenne, qui correspond au signal envoyé, dépend de ω.



1 - Déterminer l'impédance complexe de l'association équivalente à l'antenne.

2 - En déduire l'amplitude complexe de la tension u en fonction de ω, I_0 et des valeurs des composants.

3 - Pour quelle pulsation l'amplitude U de u prend-elle sa valeur maximale notée $U_{\max}$? Conclure sur la fréquence à utiliser.

4 - Représenter le graphe donnant U en fonction de la pulsation réduite x que l'on définira.

5 - On se place dans le cas $R = 37\,\Omega$, $L = 1{,}2 \times 10^{-8}\,\mathrm{H}$ et $C = 2{,}3 \times 10^{-10}\,\mathrm{F}$.

Caractériser quantitativement l'acuité $A_c = \omega_0/\Delta\omega$ de la résonance (donner son expression et sa valeur). Interpréter sa dépendance en R.

6 - Quel est le déphasage entre $u(t)$ et $i(t)$? Comment varie-t-il avec la pulsation réduite ?

VII Étude d'un circuit en RSF [• • ∘]

On réalise le montage ci-contre, avec $u(t) = u_0 \cos(\omega t)$. On mesure l'évolution des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

1 - Déterminer l'expression de l'impédance $\underline{Z}$ du dipole AB (constitué de L, C, R et R).

2 - Déterminer $\underline{i_1}(t)$ et $\underline{i_2}(t)$ en fonction de $\underline{i}(t)$, de L, R, C, ω et $\underline{Z}$.

3 - Justifier que si le rapport $\underline{I_1}/\underline{I_2}$ des amplitudes complexes des courants est un imaginaire pur, alors les deux courants sont déphasés de $\pm\pi/2$.

Établir ensuite une relation entre L, C et R pour que cela soit le cas.

4 - Établir une relation entre L, C et ω pour que les amplitudes réelles des deux intensités soient égales.