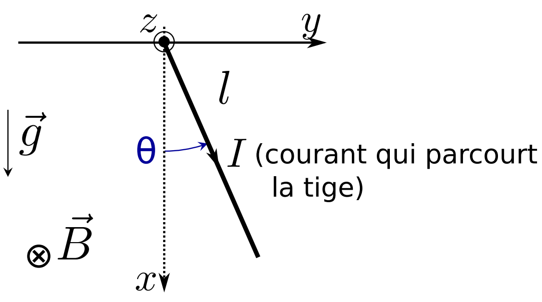
DM – Pendule pesant magnétique

L'objectif de l'exercice est de décrire le comportement d'un pendule pesant, conducteur électrique, placé dans un champ magnétique. On négligera tout phénomène d'induction ainsi que tout frottement.



On modélise ce pendule par une tige rigide, homogène, de masse m et de longueur l, libre de tourner autour d'un axe horizontal (Oz) passant par une de ses extrémités. On note J son moment d'inertie par rapport à cet axe. Le centre de masse G de la tige est situé en son milieu. Le pendule est repéré par l'angle θ qu'il forme avec la verticale. Un dispositif non représenté permet de faire circuler un courant électrique d'intensité I dans la tige. Le pendule est placé dans un champ magnétique $\vec{B} = -B\vec{u}_z$, supposé constant et uniforme à l'échelle du pendule.

On suppose le courant I constant.

1 - Établir l'expression de la résultante des forces de Laplace qui s'exerce sur la tige.

2 - Montrer que le moment selon l'axe Oz des forces de Laplace s'écrit $\Gamma_{Oz}(\vec{F}_L) = \dfrac{Il^2B}{2}$.

3 - Lister les autres actions mécaniques (autres que celles de Laplace) subies par le pendule et déterminer leurs moments par rapport à l'axe (Oz).

4 - Déterminer la ou les positions d'équilibre $\theta_{\text{éq}}$ du pendule. Y a-t-il toujours existence d'une position d'équilibre ?

5 - Établir l'équation différentielle vérifiée par θ lorsqu'il y a mouvement, et la mettre sous la forme

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = k \times I \tag{1}$$

avec ω_0 et k deux constantes dont on donnera l'expression.

6 - On suppose le mouvement tel que l'on peut approximer $\sin\theta \simeq \theta$.

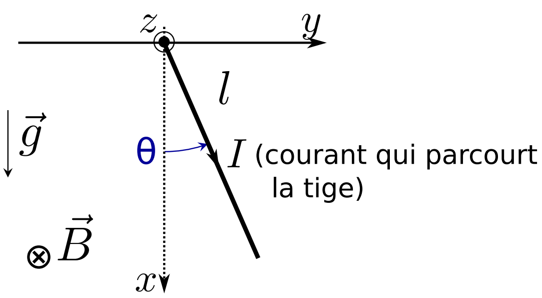
On lâche sans vitesse initiale la tige d'un angle θ_0.

Déterminer l'expression de la solution $\theta(t)$ en fonction de θ_0, k, I, ω_0 et t.

Quelle est l'expression de la période des oscillations ?

DM – Pendule pesant magnétique

L'objectif de l'exercice est de décrire le comportement d'un pendule pesant, conducteur électrique, placé dans un champ magnétique. On négligera tout phénomène d'induction ainsi que tout frottement.



On modélise ce pendule par une tige rigide, homogène, de masse m et de longueur l, libre de tourner autour d'un axe horizontal (Oz) passant par une de ses extrémités. On note J son moment d'inertie par rapport à cet axe. Le centre de masse G de la tige est situé en son milieu. Le pendule est repéré par l'angle θ qu'il forme avec la verticale. Un dispositif non représenté permet de faire circuler un courant électrique d'intensité I dans la tige. Le pendule est placé dans un champ magnétique $\vec{B} = -B\vec{u}_z$, supposé constant et uniforme à l'échelle du pendule.

On suppose le courant I constant.

1 - Établir l'expression de la résultante des forces de Laplace qui s'exerce sur la tige.

2 - Montrer que le moment selon l'axe Oz des forces de Laplace s'écrit $\Gamma_{Oz}(\vec{F}_L) = \dfrac{Il^2B}{2}$.

3 - Lister les autres actions mécaniques (autres que celles de Laplace) subies par le pendule et déterminer leurs moments par rapport à l'axe (Oz).

4 - Déterminer la ou les positions d'équilibre $\theta_{\text{éq}}$ du pendule. Y a-t-il toujours existence d'une position d'équilibre ?

5 - Établir l'équation différentielle vérifiée par θ lorsqu'il y a mouvement, et la mettre sous la forme

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = k \times I \tag{2}$$

avec ω_0 et k deux constantes dont on donnera l'expression.

6 - On suppose le mouvement tel que l'on peut approximer $\sin\theta \simeq \theta$.

On lâche sans vitesse initiale la tige d'un angle θ_0.

Déterminer l'expression de la solution $\theta(t)$ en fonction de θ_0, k, I, ω_0 et t.

Quelle est l'expression de la période des oscillations ?