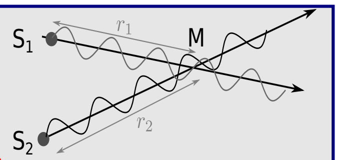
Ondes
Chapitre 2

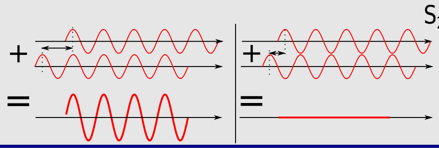
Phénomènes d'interférence

I Interférences avec des ondes acoustiques ou mécaniques

1 - Principe de superposition

$s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$





constructif si en phase
destructif si en opposition

2 - Condition sur le déphasage

différence de marche en *M* : $\delta = r_1 - r_2$

déphasage en *M* : $\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$

$\Delta\varphi = 2n\pi \Leftrightarrow \delta = n\lambda$

$\Delta\varphi = \pi + 2n\pi \Leftrightarrow \delta = \lambda/2 + n\lambda$

3 - Expression de l'onde résultante

calcul de l'amplitude de $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$ dans le cas simple

II Interférences avec des ondes optiques

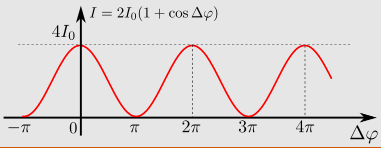
1 - Intensité lumineuse $I(M) = k\langle s(M,t)^2 \rangle$

2 - Chemin optique : $(SM) = n \times SM$

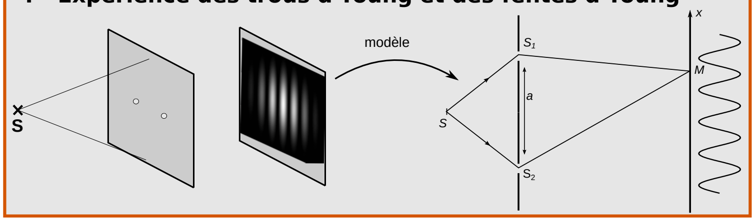
et différence de chemin optique : $\delta(M) = (S_1M) - (S_2M)$

3 - Interférences et formule de Fresnel

$$I(M) = 2I_0\,(1 + \cos\Delta\varphi) \text{ avec } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$$



4 - Expérience des trous d'Young et des fentes d'Young



Ce qu'il faut connaître

(cours : I)

▶1 Quand dit-on que les interférences sont constructives ? Destructives ?
Donner la condition sur le déphasage $\Delta\varphi$, entre les deux ondes au point M, pour avoir chacun des cas.
Donner également la condition sur la différence de marche $\delta = r_1 - r_2$.

(cours : II)

▶2 Comment est défini le chemin optique entre un point S et un point M dans un milieu d'indice optique n ?

▶3 On considère deux sources S_1 et S_2 et un point d'observation M. Quelle est la définition de la différence de chemin optique en M ?

▶4 Énoncer la formule de Fresnel, ainsi que l'expression du déphasage $\Delta\varphi$ en fonction de la différence de chemin optique δ.

Ce qu'il faut savoir faire

(cours : I)

▶5 Exprimer des conditions d'interférences constructives ou destructives. → **EC1**

▶6 Exprimer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage → **EC2**

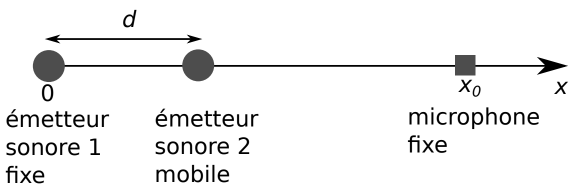
(cours : II)

▶7 Trous d'Young (sans lentille) : exprimer la différence de chemin optique en un point M, puis en utilisant la formule de Fresnel fournie, en déduire l'expression de l'éclairement → **EC3**

Exercices de cours

EC 1 – Conditions d'interférences constructives ou destructives

On considère le dispositif suivant. On suppose que l'émetteur 2 est de taille suffisamment petite pour ne pas avoir d'influence sur le signal émis par l'émetteur 1. Chaque émetteur envoie une onde progressive sinusoïdale de même fréquence et de phase à l'origine nulle.



1 - Rappeler les conditions d'interférence destructive et constructive en terme de déphasage entre les deux signaux.

2 - Lorsque $d = 0$, qu'enregistre-t-on au niveau du microphone ?

3 - On part de $d = 0$, et on augmente d jusqu'à ce que le signal enregistré soit nul. Ceci se produit pour $d = 6{,}0\,\text{cm}$.

Expliquer pourquoi il y a cette extinction.

En déduire la longueur d'onde du son émis.

Correction :

1 - ⋆ Interférences constructives lorsque les deux signaux sont en phase : $\Delta\phi = 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, ou de façon équivalente $r_1 - r_2 = p\lambda$, $p \in \mathbb{Z}$.

(r_1 = distance entre émetteur 1 et micro ; r_2 = distance entre émetteur 2 et micro)

⋆ Interférences destructives lorsque les deux signaux sont en opposition de phase : $\Delta\phi = \pi + 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, ou de façon équivalente $r_1 - r_2 = \lambda/2 + p\lambda$, $p \in \mathbb{Z}$.

2 - Pour $d = 0$ les deux émetteurs sont au même endroit, donc la distance r_1 entre émetteur 1 et récepteur est égale à la distance r_2 entre émetteur 2 et recepteur.

On a donc $r_1 - r_2 = 0$, les ondes arrivent en phase, et les interférences sont constructives : on reçoit donc bien un signal, deux fois plus fort que pour un seul émetteur.

3 - À mesure qu'on décale l'émetteur 2, le déphasage des deux ondes qui arrivent en x_0 augmente. Il arrive un moment où ce déphasage est tel que les deux ondes sont en opposition de phase : il y a alors interférences destructives et extinction du signal.

Ceci se produit lorsque $|r_1 - r_2| = \dfrac{\lambda}{2}$, donc $d = \dfrac{\lambda}{2}$, donc $\boxed{\lambda = 2d = 12{,}0\,\text{cm.}}$

EC 2 – Expression de l'amplitude résultant d'interférences

On considère deux sources qui émettent deux ondes progressives sinusoïdales, de même pulsation ω. On note r_1 =distance S_1M et r_2 =distance S_2M.

Pour simplifier les calculs, on considère que les amplitudes de s_1 et s_2 sont identiques. On a donc au point M :

$$s_1(M,t) = A_0 \cos(\omega t - kr_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A_0 \cos(\omega t - kr_2).$$

On donne la formule $\cos p + \cos q = 2\,\cos\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\,\cos\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$

1 - Exprimer le signal total $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$ au point M.

On le mettra sous la forme $s(M,t) = A\,\cos(\omega t + \varphi_0)$. On donnera l'expression de l'amplitude A obtenue, en fonction de A_0, λ et de $\delta = r_2 - r_1$.

2 - Retrouver alors la condition habituelle sur $\delta = r_2 - r_1$ pour que les interférences soient destructives.

3 - De même, retrouver la condition habituelle sur $r_2 - r_1$ pour que les interférences soient constructives.

On rappelle que $\cos x = 0 \;\Leftrightarrow\; x = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$,
que $\cos x = 1 \;\Leftrightarrow\; x = 2\pi \times n$, $n \in \mathbb{Z}$,
et que $\cos x = -1 \;\Leftrightarrow\; x = \pi + 2\pi \times n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Correction :

1 - Au point M, le signal reçu est :

$$\begin{aligned} s(M,t) &= s_1(M,t) + s_2(M,t) \\ &= A_0 \cos(\omega t - kr_1) + A_0 \cos(\omega t - kr_2) \\ &= 2A_0 \cos\left(\frac{\omega t - kr_1 + \omega t - kr_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t - kr_1 - \omega t + kr_2}{2}\right) \\ &= 2A_0 \cos\left(\omega t + k\,\frac{r_1 + r_2}{2}\right) \cos\left(k\,\frac{r_2 - r_1}{2}\right) \\ &= \underbrace{2A_0 \cos\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)}_{\text{amplitude}} \times \cos\left(\omega t + k\,\frac{r_1 + r_2}{2}\right). \end{aligned}$$

Remarque : si les amplitudes A_1 et A_2 des deux ondes ne sont pas les mêmes, alors un calcul plus long montre que l'amplitude du signal $s(M,t)$ s'écrit : $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(k(r_2 - r_1))}$.

2 - L'amplitude est minimale lorsque $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\delta}{2}\right) = 0$.

C'est équivalent à $\frac{\pi\delta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$,

donc à $\delta = \frac{\lambda}{2} + n\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$.

3 - L'amplitude est maximale lorsque $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\delta}{2}\right) = \pm 1$.

C'est équivalent à $\frac{\pi\delta}{\lambda} = 2n\pi$ ou $= \pi + 2\pi \times n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Donc à $\delta = 2n\lambda$ ou $\delta = (2n+1)\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$.

Donc δ est soit un multiple pair de λ, soit un multiple impair. Comme pair et impair sont les seules possibilités, ceci signifie que λ est tout simplement un multiple de λ.

Donc finalement $\delta = n\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$.

EC 3 – Trous d'Young

On considère le montage des trous d'Young. L'écran est à grande distance : $D \gg x, y, a$. Le milieu est de l'air d'indice ~ 1. La source S est supposée monochromatique ($\lambda = 633\,\text{nm}$ pour un laser rouge He-Ne) et ponctuelle. On utilise des trous de diamètres $70\,\mu\text{m}$, d'écartement $a = 0{,}30\,\text{mm}$, avec une distance $D = 2{,}0\,\text{m}$. On suppose l'éclairement dû à S_1 (seul en l'absence de S_2) uniforme sur l'écran, d'intensité notée I_0. De même pour S_2.

On donne la formule de Fresnel : $I = 2I_0(1 + \cos\Delta\varphi)$ avec $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$ et $\delta(M)$ la différence de chemin optique en M.

On raisonne uniquement dans le plan de la feuille. On donne $(1+\varepsilon)^{1/2} \simeq 1 + \varepsilon/2$ pour $\varepsilon \ll 1$.

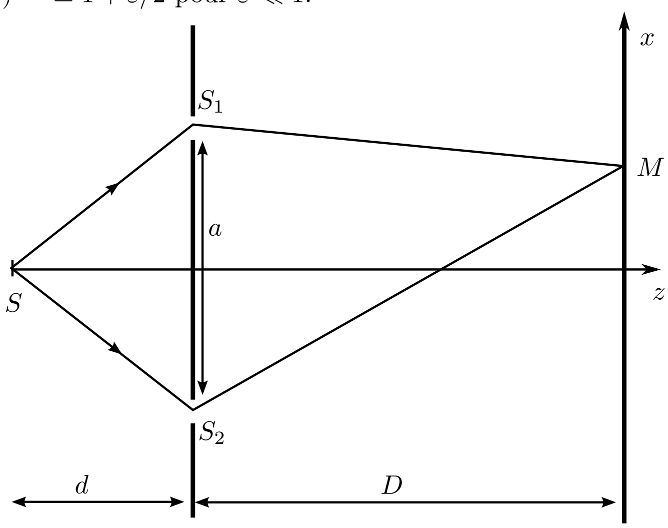
1 - Donner l'expression de la différence de chemin optique $\delta(M)$ au point M, en fonction de a, x et D. On exploitera le fait que $D \gg x, a$.

2 - En déduire l'expression de l'intensité au point M (aussi appelée éclairement).

3 - Cet éclairement est périodique. Donner l'expression de sa période spatiale (aussi appelée interfrange), notée i.

4 - Application numérique pour i.

5 - Comment est modifié l'interfrange si on augmente la distance entre les trous ? Si on augmente la longueur d'onde λ ? Et si on augmente la distance D ?



Correction :

1 - $\delta_M = (SS_1) + (S_1M) - [(SS_2) + (S_2M)] = S_1M - S_2M = ... = -\frac{ax}{D}$.

2 - On a donc $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M) = -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}$.

On utilise la formule de Fresnel qui donne l'intensité lumineuse au point M :

$$I(M) = 2I_0(1+\cos\Delta\varphi) = 2I_0\left(1+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\frac{a\,x}{D}\right]\right).$$

3 - Interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$.

4 - On trouve $i = 4{,}2\,\mathrm{mm}$.

5 -

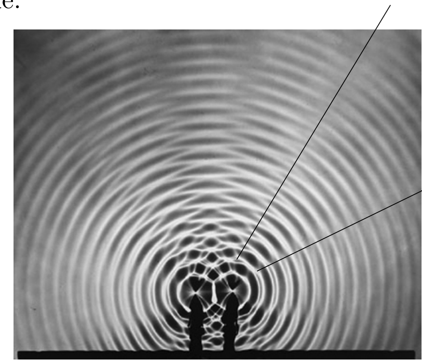
Le cours

I – Interférences avec des ondes mécaniques ou acoustiques

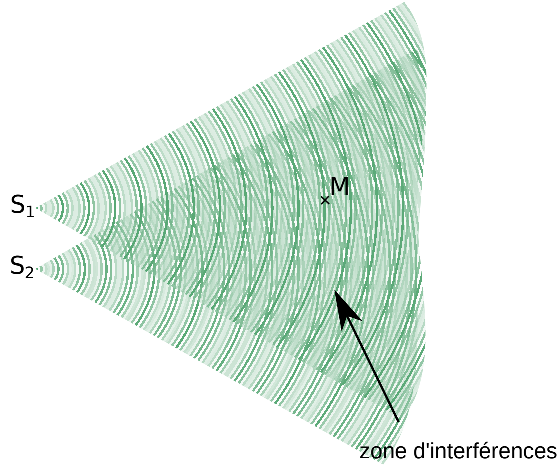
Interférences = superposition d'onde.

1 – Principe de superposition

• Exemples d'observations :



Interférences entre deux ondes sphériques produites par deux vibreurs à la surface de l'eau.

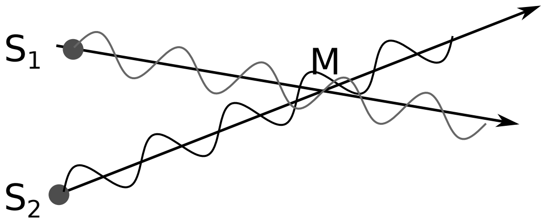


• Idée derrière les interférences :

– Source S_1 qui produit une onde $s_1(M,t)$ (valeur au point M à l'instant t).

– Source S_2 qui produit une onde $s_2(M,t)$ (valeur au même point M, instant t).

$\Rightarrow$ l'onde totale au point M est : $\boxed{s_{\text{tot}}(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t).}$



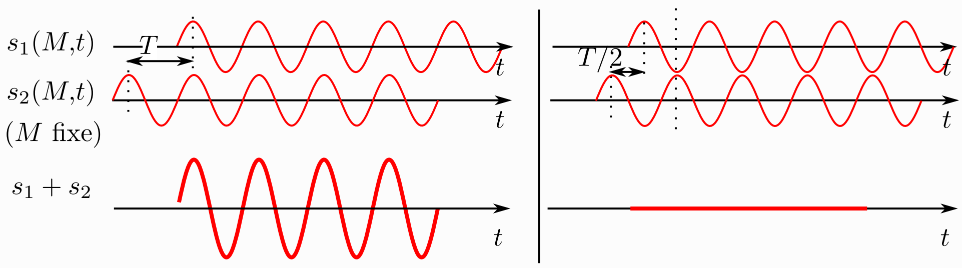
(voir aussi animation 2 site classe)

Définition de destructif/constructif

– Si les ondes s_1 et s_2 sont **en phase** au point M (maximales en même temps, ou minimales en même temps), alors l'amplitude s_{tot} est importante.
$\rightarrow$ On dit que les interférences sont **constructives**.

– Si les ondes s_1 et s_2 sont en **opposition de phase** au point M (l'une est maximale et l'autre minimale), alors l'amplitude s_{tot} est faible.
$\rightarrow$ On dit que les interférences sont **destructives**.

Enregistrement au point M :



Attention : tout ceci n'a un sens que si s_1 et s_2 sont de **même période** (ou fréquence, ou pulsation).

Remarque : Sur le schéma de droite ci-dessus, l'amplitude totale est nulle car s_1 et s_2 ont la même amplitude. Si ce n'est pas le cas, $s_1 + s_2$ ne sera pas d'amplitude nulle, mais faible (et on dit aussi que les interférences sont destructives).

Observations d'interférences ?

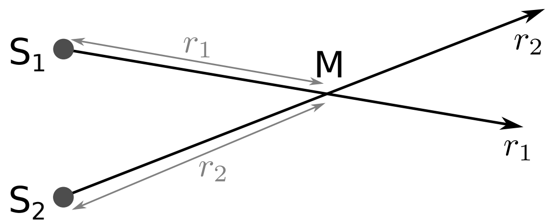
– séismes, marées,

– casque antibruit,

– optique (cf suite, et cours de PT).

2 – Condition sur le déphasage entre les deux ondes

On considère deux sources S_1 et S_2 qui émettent des ondes progressives sinusoïdales avec la même période $T = 2\pi/\omega$. On prend une même phase à l'origine $\varphi_0 = 0$.
– Soit M un point d'observation.
– On note r_1 l'axe entre S_1 et M, et r_2 l'axe entre S_2 et M.
– On a donc r_1 =distance S_1M et r_2 =distance S_2M.



$\rightsquigarrow_1$ Rappel : une onde progressive sinusoïdale est du type "$s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$". Comment peut-on écrire l'onde émise par S_1 avec les notations introduites ? Et celle émise par S_2 ?

$$s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - kr_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - kr_2).$$

Définition : déphasage et différence de marche

- Au point M, le signal 1 est $s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - kr_1)$.
  La phase à l'origine de ce signal temporel est : $\varphi_1 = -kr_1$
- Au point M, le signal 2 est $s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - kr_2)$.
  La phase à l'origine de ce signal temporel est : $\varphi_2 = -kr_2$

On définit :

- Le **déphasage** entre les deux ondes au point M : $\boxed{\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1.}$

  On a donc aussi $\Delta\varphi(M) = k(r_1 - r_2) = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$.
- La **différence de marche** entre les deux ondes au point M : $\boxed{\delta(M) = r_1 - r_2.}$

Nous allons traduire les conditions d'interférences destructives ou constructives sur la valeur de $\Delta\varphi$ et de δ.

$\rightsquigarrow_2$ **Cas 1 : interférences constructives**, donc ondes s_1 et s_2 en phase au point M (max ou min en même temps)

$\Leftrightarrow \cos(\omega t - kr_1) = \cos(\omega t - kr_2)$

$\Leftrightarrow \omega t - kr_2 = \omega t - kr_1 + 2n\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \boxed{\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = 2n\pi},\ n \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow r_1 - r_2 = \dfrac{2n\pi}{k}$, soit $\boxed{\delta(M) = n \times \lambda.}$

$\rightsquigarrow_3$ **Cas 2 : interférences destructives**, donc ondes s_1 et s_2 en opposition de phase au point M (l'une max lorsque l'autre est min)

$\Leftrightarrow \cos(\omega t - kr_1) = -\cos(\omega t - kr_2)$

$\Leftrightarrow \omega t - kr_2 = \omega t - kr_1 + \pi + 2n\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \boxed{\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = \pi + 2n\pi},\ n \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow r_1 - r_2 = \dfrac{\pi}{k} + \dfrac{2n\pi}{k}$, soit $\boxed{\delta(M) = \dfrac{\lambda}{2} + n \times \lambda.}$

Bilan

- Interférences constructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = 2n\pi$ $\Leftrightarrow$ $\delta = r_1 - r_2 = n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$.
- Interférences destructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = \pi + 2n\pi$ $\Leftrightarrow$ $\delta = r_1 - r_2 = \dfrac{\lambda}{2} + n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$.

On retrouve ce qu'on a annoncé dans le 1/. Se souvenir que c'est logique : en phase $\Leftrightarrow$ décalage d'une période donc d'un nombre entier de fois λ, ou encore égalité de ce qui est dans le cos à 2π près. En opposition de phase $\Leftrightarrow$ décalage d'une demi-période donc de $\lambda/2$, ou encore différence de π pour ce qui est dans les cosinus.

$\rightsquigarrow_4$ Faire l'**EC1**.

3 – Expression de l'amplitude de l'onde résultante

Ci-dessus, on a obtenu des conditions pour avoir une amplitude minimale (destructif) ou maximale (constructif) en M. Mais que vaut l'amplitude en M dans les cas intermédiaires (ni constructifs ni destructifs) ?

$\rightsquigarrow_5$ Faire l'**EC2**.

II – Interférences avec des ondes optiques

En optique, on peut alors avoir des zones où "lumière + lumière = absence de lumière".
Ceci est expliqué par le modèle *ondulatoire* de la lumière : c'est un phénomène d'interférence.

1 – Intensité lumineuse

La fréquence des ondes lumineuses est très élevée ($f = c/\lambda \approx 10^{15}$ Hz), si bien que les détecteurs (ou l'œil) ne permettent pas d'enregistrer le signal $s(M,t) = A\cos(\omega t - kr)$.
En réalité, les détecteurs (et l'œil) ne sont sensibles qu'à l'énergie moyenne reçue, elle-même proportionnelle a valeur moyenne du carré du signal :

$$\text{intensité au point } M \ : \ I(M) = k\langle s(M,t)^2\rangle.$$

(k est une constante de proportionnalité)

2 – Chemin optique

Définition : chemin optique

Soit un milieu transparent d'indice optique n.

Le chemin optique entre un point S et un point M est : $\boxed{(SM) = n \times SM.}$

Il est noté avec des parenthèses.

Dit autrement, chemin optique = indice optique × distance.

Définition : différence de chemin optique

Soit deux sources S_1 et S_2, et un point M.

La différence de chemin optique entre S_1 et S_2 est : $\boxed{\delta(M) = (S_1M) - (S_2M).}$

On l'appelle aussi "différence de marche", comme avec les ondes mécaniques, mais il ne faut pas oublier l'indice n s'il est différent de 1.

$\rightsquigarrow_6$ Si on se place dans l'air, comment s'écrit le chemin optique et la différence de chemin optique ?
$(SM) = SM$ et $\delta(M) = S_1M - S_2M$.

3 – Interférences et formule de Fresnel

Formule de Fresnel

Soit deux sources de lumière

- monochromatique (longueur d'onde dans le vide λ),
- de même intensité (notée I_0).

Lorsqu'elles interfèrent, l'intensité résultante s'écrit selon la formule de Fresnel :

$$\boxed{I(M) = 2I_0\left(1+\cos\Delta\varphi\right) \text{ avec } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M).}$$

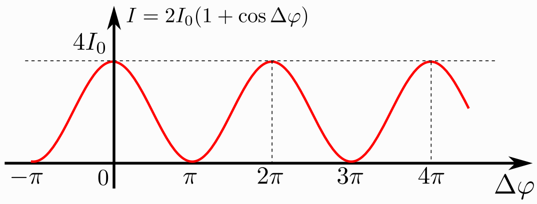
Ici $\Delta\varphi$ est le déphasage entre les deux signaux reçus au point M, exactement comme dans la partie I.
$\delta(M)$ est la différence de chemin optique.

Remarque : vous verrez en seconde année les conditions nécessaires à la production d'interférences optiques (sources cohérentes). Vous verrez également la formule de Fresnel dans le cas où les intensités sont différentes. Et vous la démontrerez !

Interférences constructives ou destructives

On a, de même qu'avec les ondes mécaniques :

- Interférences constructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = 2n\pi$ $\Leftrightarrow$ $\delta(M) = n\lambda$ $\quad (n \in \mathbb{Z})$.
- Interférences destructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = \pi + 2n\pi$ $\Leftrightarrow$ $\delta(M) = \dfrac{\lambda}{2} + n\lambda$ $\quad (n \in \mathbb{Z})$.



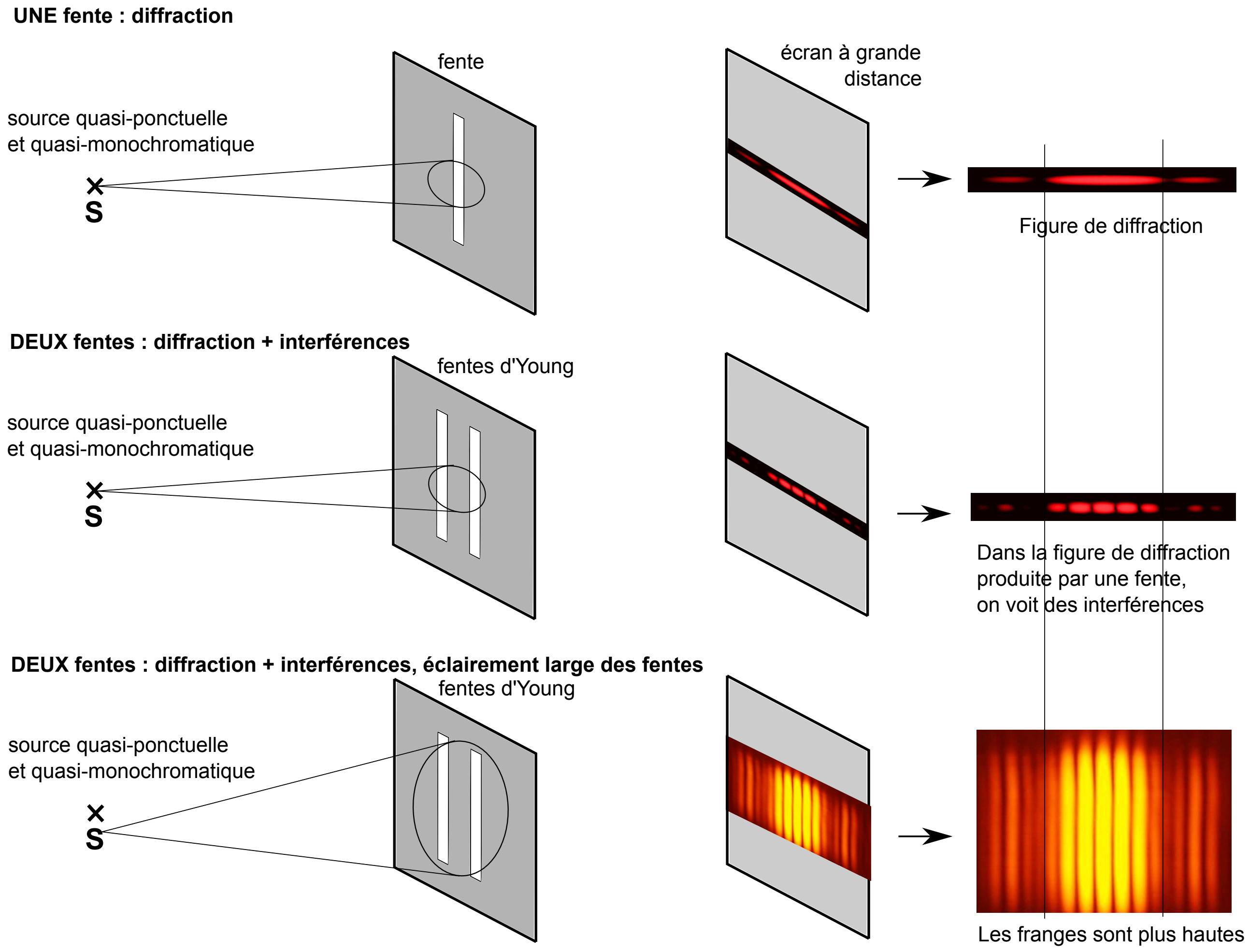
$\rightsquigarrow_7$ Démontrer les résultats ci-dessus en partant de la forme de Fresnel. Ceci se voit aussi sur le tracé ci-dessous.

⋆ Intensité maximale lorsque le cosinus vaut $+1$, donc lorsque $\Delta\varphi = 2n\pi$.
Or $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$, donc c'est équivalent à $\delta(M) = n\lambda$.

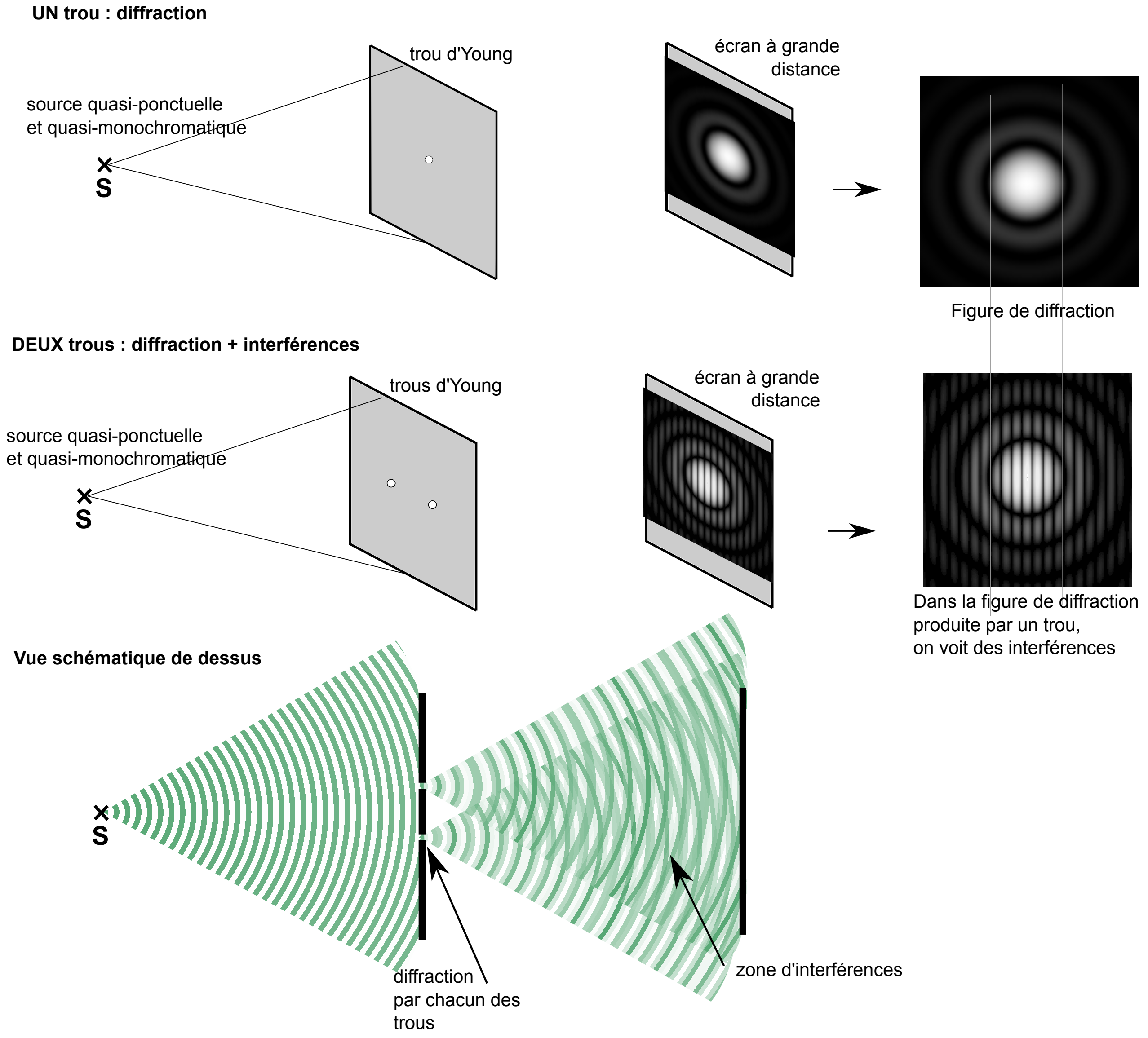
⋆ Intensité minimale lorsque le cosinus vaut -1, donc lorsque $\Delta\varphi = \pi + 2n\pi$.
Or $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$, donc c'est équivalent à $\delta(M) = \lambda/2 + n\lambda$.

4 – Expérience des trous d'Young et des fentes d'Young

a/ expérience des fentes d'Young


UNE fente : diffraction
fente
écran à grande distance
source quasi-ponctuelle et quasi-monochromatique
S
Figure de diffraction
DEUX fentes : diffraction + interférences
fentes d'Young
source quasi-ponctuelle et quasi-monochromatique
S
Dans la figure de diffraction produite par une fente, on voit des interférences
DEUX fentes : diffraction + interférences, éclairement large des fentes
fentes d'Young
source quasi-ponctuelle et quasi-monochromatique
S
Les franges sont plus hautes

b/ une version plus simple à étudier : expérience des trous d'Young



c/ Rôle de la diffraction et hypothèse d'un éclairement uniforme

Les expériences des fentes d'Young et des trous d'Young montrent que les interférences sont dans la figure de diffraction créée par une seule fente ou un seul trou.

Mais dans ce chapitre on n'étudie pas la diffraction.

On cherche donc à reproduire, avec notre modèle, uniquement les interférences. C'est-à-dire la succession de maxima et minima comme ci-contre.

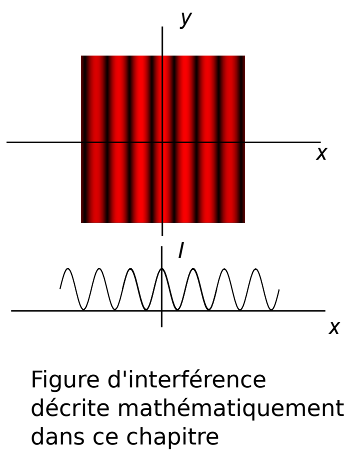


Figure d'interférence
décrite mathématiquement
dans ce chapitre

> Ceci se traduit par l'hypothèse que l'intensité produite par un seul trou ou une seule fente est uniforme sur l'écran (si il est seul). On peut alors appliquer la formule de Fresnel vue plus haut.

$\rightsquigarrow_8$ Faire l'**EC3**.