Ondes
Chapitre 1

Phénomènes ondulatoires

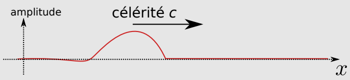
I Ondes

Onde = propagation d'une perturbation de proche en proche

cas particulier

II Ondes progressives (unidimensionnelles)

Onde progressives = se propage sans se déformer

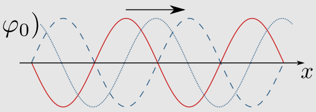


$f(x-ct)$, $f(t-x/c)$: x croissants | $f(x+ct)$, $f(t+x/c)$: x décroissants

cas particulier

III Ondes progressives sinusoïdales (unidimensionnelles)

$s(x,t) = s_0 \cos(\omega t \pm kx + \varphi_0)$



double périodicité λ et T
déphasage

célérité ou vitesse de phase : $\boxed{c = \lambda f = \omega / k}$

IV Milieux dispersifs

Non dispersif : la vitesse de phase ne dépend pas de la fréquence.
Dispersif : elle en dépend.

Ce qu'il faut connaître

(cours : II)

▶1 Quel est l'ordre de grandeur de la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide (ou vitesse de la lumière) ?

Et celle des ondes sonores dans l'air ?

▶2 Sous quelle forme peut s'écrire une onde progressive unidimensionnelle pour une propagation vers les x croissants ? Et vers les x décroissants ?

(cours : III)

▶3 Quelle est la forme générale de l'expression d'une onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle se propageant selon les x croissants ? Comment sont nommés chacun des paramètres qui interviennent dans cette expression ?

Quelle est la relation entre la pulsation, la norme du vecteur d'onde, et la célérité de cette onde ?

▶4 Double périodicité des ondes progressives sinusoïdales : Quelle est la relation entre la période temporelle T et la pulsation de l'onde ?

Et celle entre la période spatiale λ et la norme du vecteur d'onde k ?

Quelle est alors la relation entre λ, T et c ?

(cours : IV)

▶5 Que signifie "milieu non dispersif" ? Donner des exemples de milieux non dispersifs.

Ce qu'il faut savoir faire

(cours : II)

▶6 Pour une onde progressive unidimensionnelle, prévoir l'évolution à t fixé ou à x fixé. → **EC1**

(cours : III)

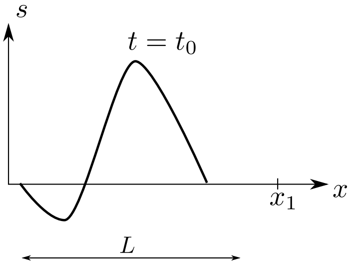
▶7 Pour une onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle, utiliser la relation entre λ et T (ou f). → **EC2**

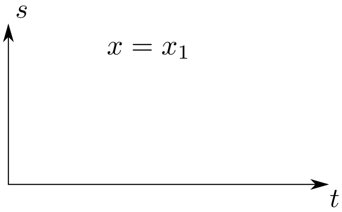
▶8 Exploiter un déphasage dû à la propagation. → **EC3**, TD II

Exercices de cours

Exercice C1 – Pour une onde progressive, prévoir l'évolution à t fixé ou à x fixé

On considère l'onde progressive $f(x - vt)$ dont le profil au temps t_0 est donné ci-contre.





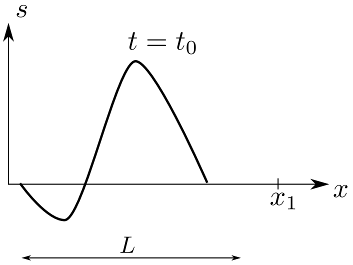
1 - Compléter le schéma de droite avec l'allure de la perturbation observée si l'on se place au point fixe x_1.

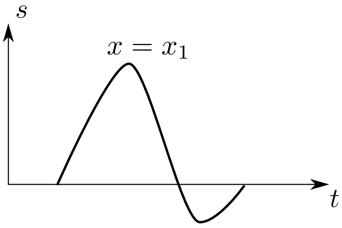
2 - Pendant quelle durée voit-on l'onde passer en ce point ?

(voir animation 1 sur le site de la classe)

Correction :

1 - Voir aussi l'animation 1 sur le site de la classe.





2 - On le voit passer pendant une durée $\Delta t = \dfrac{L}{c}$. (bien vérifier que c'est homogène)

Exercice C2 – Utiliser la relation entre λ et T

On considère des ondes sonores dans l'air à température et pression ambiantes.

1 - Rappeler l'ordre de grandeur de la célérité de ces ondes.

2 - Rappeler le domaine de fréquence audible par l'homme.

3 - En déduire les longueurs d'onde associées aux fréquences maximales et minimales.

Autres questions possibles : on considère maintenant des ondes électromagnétiques.

4 - Quelle est la fréquence d'une onde lumineuse de longueur d'onde 500 nm ?

5 - Quelle est la longueur d'onde d'une onde radio de 100 MHz ?

Correction :

1 - $c = 340\,\mathrm{m/s}$.

2 - Domaine de fréquence audible par l'homme : de 20 Hz à 20 kHz.

3 - La fréquence maximale est $f_m = 20\,\mathrm{Hz}$. La longueur d'onde associée, λ_m, est obtenue avec la relation $c = \lambda/T = \lambda f$, donc ici

$$\boxed{\lambda_m = \frac{c}{f_m} = 170\,\mathrm{m}.}$$

Et de même pour la longueur associée à la fréquence maximale $f_M = 20\,\mathrm{kHz}$:

$$\boxed{\lambda_M = \frac{c}{f_M} = 1{,}7\,\mathrm{cm}.}$$

Rappelons que pour les ondes électromagnétiques, $c = 3{,}0 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$.

4 - On utilise encore $c = \lambda/T = \lambda f$, on a donc

$$\boxed{f = \frac{c}{\lambda} = 6{,}0 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}.}$$

5 - On utilise encore $c = \lambda/T = \lambda f$, on a donc

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f} = 3{,}0\,\mathrm{m}.}$$

Exercice C3 – Exploiter un déphasage dû à la propagation

Considérons une onde progressive harmonique produite par un haut parleur et se propageant dans le sens des x croissants. Sa forme est du type

$$s(x,t) = S_0 \cos(\omega t - kx + \varphi).$$

Deux microphones sont placés à deux positions $x_1 = 0$ fixe, et $x_2 > 0$ fixe mais pouvant être déplacé, et enregistrent les signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$.

1 - Donner l'expression des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ enregistrés par chaque micro.

2 - Donner les expressions de leur phase à l'origine. En déduire le déphasage $\Delta\varphi_{21}$ de 1 par rapport à 2. L'exprimer en fonction de λ.

3 - Établir une condition sur x_2 et λ pour que les signaux soient en phase. Même question pour l'opposition de phase.

4 - On donne ci-dessous des relevés de l'enregistrement de $s_1(t)$ (en noir, courbe la plus à gauche) et de $s_2(t)$.

La figure b correspond à x_2 proche de 0. La figure c à $x_2 = 6{,}7\,\text{cm}$, la d à $x_2 = 21\,\text{cm}$ et la e à $x_2 = 42\,\text{cm}$.

Déduire de ceci la valeur de la longueur d'onde λ.

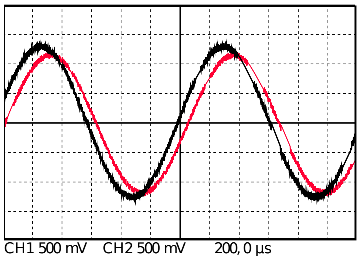


Figure b

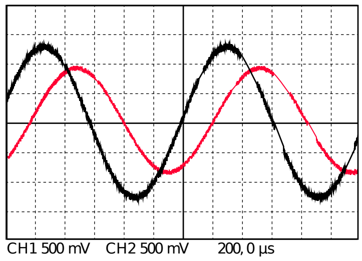


Figure c

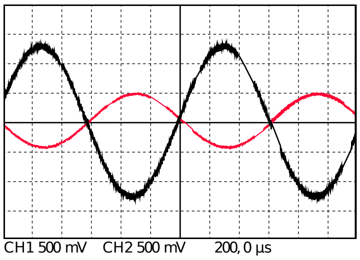


Figure d

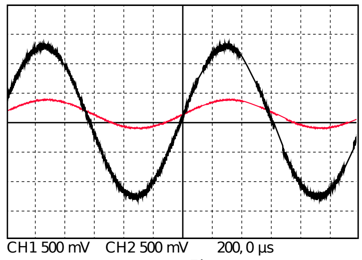


Figure e

Pour simuler ceci : http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs_en_ligne/simulaCORDE/simulaCORDE.html

Correction :

1 - On sait que $s(x,t) = S_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$, donc il suffit de prendre $x = 0$ pour avoir ce qu'enregistre le micro 1, puis $x = x_2$ pour avoir ce qu'enregistre le second micro :

$$s_1(t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{et} \quad s_2(t) = s_0 \cos(\omega t - kx_2 + \varphi).$$

2 - Phase initiale de s_1 : $\varphi_{0,1} = \varphi$. Celle de s_2 : $\varphi_{0,2} = -kx_2 + \varphi$.

La différence de phase de 1 par rapport à 2 est donc

$$\Delta\varphi_{21} = \varphi_{0,1} - \varphi_{0,2} = \varphi - (-kx_2 + \varphi) = kx_2 = \frac{2\pi x_2}{\lambda}.$$

Remarque : $\Delta\varphi_{21} > 0$ car s_1 est en avance sur s_2.

3 - Signaux en phase : $\Delta\varphi_{21} = 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, soit donc $\dfrac{x_2}{\lambda} = p$, $p \in \mathbb{Z}$, soit :

$$\boxed{x_2 = p\lambda,\ p \in \mathbb{Z}.}$$

Signaux en opposition de phase : $\Delta\varphi_{21} = \pi + 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, soit donc $\dfrac{x_2}{\lambda} = \dfrac{1}{2} + p$, $p \in \mathbb{Z}$, soit :

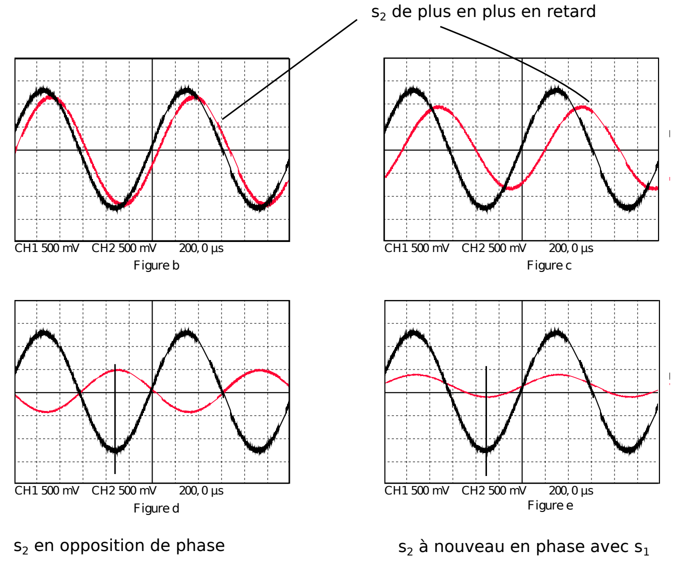
$$\boxed{x_2 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda,\ p \in \mathbb{Z}.}$$

4 -

Sur la figure e, les signaux sont à nouveau en phase, c'est donc qu'on a décalé le second micro de $x_2 = \lambda$.
On a donc $\lambda = 42\,\text{cm}$.

Remarque : On trouve pareil avec la figure d : cette fois il y a opposition de phase, donc décalage de $x_2 = \lambda/2$, avec ici $x_2 = 21\,\text{cm}$.

Remarque : En termes de déphasage, on a $\Delta\varphi_{21} = \pi$ sur la figure d, et 2π sur la e.



Le cours

I – Ondes

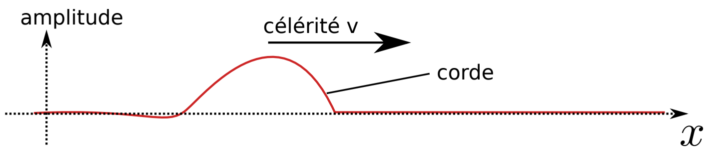
Définition : onde

Une onde est la perturbation d'une grandeur physique qui se propage de proche en proche dans un milieu ou dans le vide.

Propriétés et remarques :

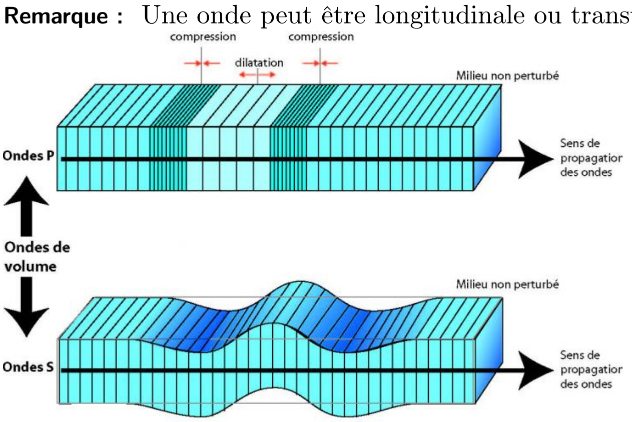
- Il n'y a pas de transport de matière entre le point d'émission et le point de réception.
- En revanche, il y a transport d'information et d'énergie.
- Dans un milieu matériel on parle d'onde mécanique.
- L'amplitude de l'onde dépend de la position et du temps : c'est une fonction $s(x,y,z,t)$. À une dimension : $s(x,t)$.

Ondes mécaniques à la surface de l'eau.



Ébranlement le long d'une corde.

Remarque : Une onde peut être longitudinale ou transverse :



- Ondes **transverses** : le déplacement du milieu est perpendiculaire à la direction de propagation. Cas des ondes S ici.
- Ondes **longitudinale** : le déplacement du milieu est dans la direction de propagation. Cas des ondes P ici.

(Ondes P et S correspondent à des ondes sismiques)

II – Ondes progressives unidimensionnelles

a/ Manipulation avec un ressort ou une corde

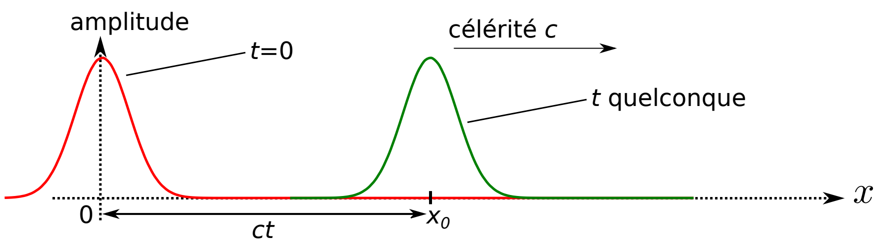
On tend un ressort ou une corde, et on initie une perturbation verticale.

Ci-contre un schéma de la perturbation $s(x,t)$ à $t = 0$ et à un instant t quelconque :

Modèle : il n'y a pas de déformation du profil.

$\rightarrow$ On appelle alors ceci une onde **progressive**.

"photographies" à t=0 et t quelconque



Définition : onde progressive

Onde progressive unidimensionnelle (ou plane) : onde se propageant sans déformation de son profil.

Mathématiquement, la perturbation s'écrit :

- Propagation selon les x croissants : il existe f telle que $s(x,t) = f(x - ct)$.
  (Ou de façon équivalente : $s(x,t) = f(ct - x)$, ou $s(x,t) = f(t - x/c)$.)
- Propagation selon les x décroissants : il existe f telle que $s(x,t) = f(x + ct)$.
  (Ou de façon équivalente : $s(x,t) = f(ct + x)$, ou $s(x,t) = f(t + x/c)$.)

x est une coordonnée d'un repère cartésien (il peut aussi s'agir de y ou z).

Ce type d'onde est un modèle, bien adapté dans certains cas où la déformation du profil est faible.
Contre exemple : une onde sphérique, qui se propage à 3D et dont l'amplitude décroit nécessairement.

b/ Interprétation de la forme en $f(x - ct)$

On reprend l'exemple de la corde ou du ressort (figure précédente), avec une perturbation $s(x,t)$.

- Notons $f(x)$ le profil de la perturbation à $t = 0$. Donc $s(x,t = 0) = f(x)$.
- À un instant t quelconque, le profil s'est déplacé d'une distance $c \times t$.
  Donc à l'instant t, le profil est obtenu en translatant le profil $f(x)$ d'une distance $a = ct$ vers la droite.
- La fonction qui décrit le profil à l'instant t est donc $s(x,t) = f(x - ct)$.
  (rappel de mathématiques : le graphe de $x \mapsto f(x - a)$ est obtenu en translatant celui de $x \mapsto f(x)$ d'une distance a vers la droite.)

→ Conclusion : la perturbation peut alors s'écrire sous la forme $s(x,t) = f(x - ct)$, avec $f(x)$ le profil pour $t = 0$ (qui ensuite se propage). C'est ce qui figure dans la définition.

c/ Célérité

Définition : célérité

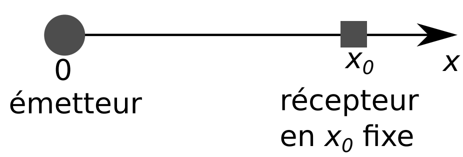
La célérité, ou vitesse de propagation, est la vitesse de déplacement de la perturbation.

Exemples d'ondes et ordres de grandeurs de célérité :

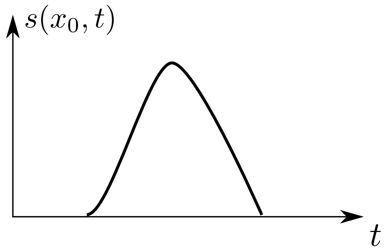
Type de signal	Grandeurs physiques associées (exemples)	Célérité
onde sonore ou acoustique	pression acoustique p, vitesse du fluide v	dans l'air* à T et p ambiants : $340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, dans l'eau : $\simeq 1500\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
onde électromagnétique (dont la lumière)	champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$	dans le vide* : $c = 3{,}0 \times 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (300 000 km/s)
onde électrique dans un câble	courant électrique i et tension électrique u	$c = 3{,}0 \times 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
onde mécanique à la surface de l'eau ("vagues")	vitesse du fluide v et pression p	quelques m/s
ébranlement le long d'une corde	ébranlement y et force de rappel	quelques cm/s à qq m/s

d/ Profils à t fixé ou x fixé

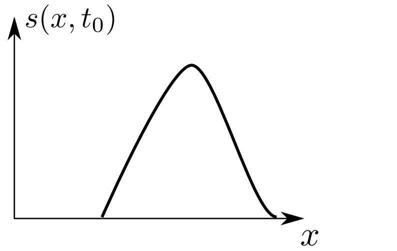
Ne pas confondre l'enregistrement du signal s qui est reçu au point x_0, et la photographie du signal à un instant t_0 donné.



$\rightsquigarrow_1$ Faire l'**EC1**, et voir animation 1.



enregistrement de s reçu au point x_0



photographie de l'onde à un instant t_0

III – Onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle

- Onde *progressive* : $s(x,t) = f(t - x/c)$.
- En plus, onde *sinusoïdale* : f est une fonction cosinus, $f(u) = s_0 \cos(\omega u + \varphi)$.

$\rightsquigarrow_2$ On a donc :

$$s(x,t) = s_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right] = s_0 \cos\left[\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi\right].$$

On pose $k = \dfrac{\omega}{c}$.

a/ Définition

Définition : onde progressive sinusoïdale

Une onde progressive sinusoïdale (ou progressive harmonique, ou progressive monochromatique) s'écrit sous la forme :

$\boxed{s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)}$ pour une propagation selon les x croissants

amplitude pulsation norme du vecteur d'onde phase à l'origine

(autres écritures équivalentes : $s_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$ ou $\cos(kx - \omega t + \varphi)$)

ou :

$\boxed{s(x,t) = s_0 \cos(\omega t + kx + \varphi)}$ pour une propagation selon les x décroissants.

(autres écritures équivalentes : $s_0 \sin(\omega t + kx + \varphi)$ ou $\cos(kx + \omega t + \varphi)$)

Sa célérité, aussi appelée vitesse de phase, est $\boxed{c = \dfrac{\omega}{k}}$.

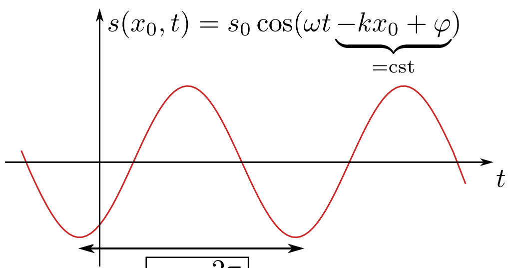
$\rightsquigarrow_3$ Quelle est la dimension du vecteur d'onde k ? $[k] = [\omega]/[c] = \mathrm{m}^{-1}$ (inverse d'une longueur).

Remarque : $\Phi = \underbrace{\omega t - kx + \varphi}_{\text{tout ce qui est dans le cos}}$ est la phase de l'onde. φ est donc la phase à $t = 0$ en $x = 0$, d'où son nom.

b/ Double périodicité

▶ Enregistrement en x_0 fixé :

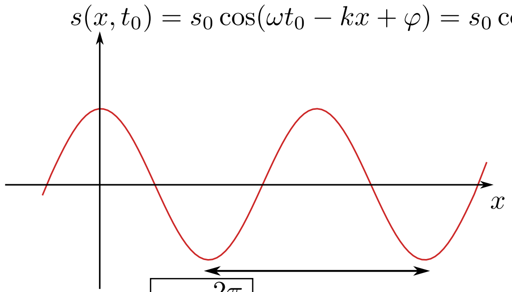
$s(x_0,t) = s_0 \cos(\omega t \underbrace{-kx_0 + \varphi}_{=\text{cst}})$



$\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega}}$ période temporelle

▶ "Photographie" à t_0 fixé :

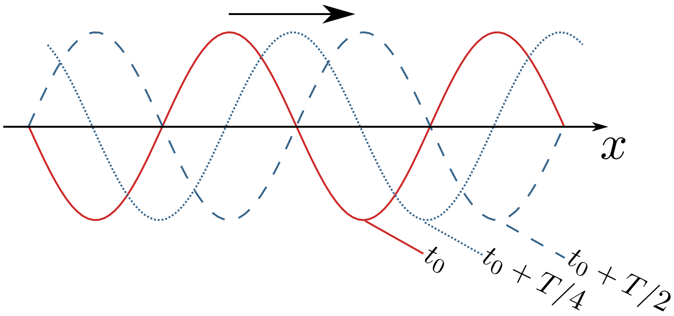
$s(x,t_0) = s_0 \cos(\omega t_0 - kx + \varphi) = s_0 \cos(kx \underbrace{-\omega t_0 - \varphi}_{=\text{cst}})$



$\boxed{\lambda = \dfrac{2\pi}{k}}$ période spatiale, appelée longueur d'onde

$[\lambda] = \mathrm{m}$

Exemple : Onde plane progressive monochromatique se propageant selon les x croissants, à différents instants :
(faire apparaître λ sur le schéma)



→ Voir aussi animation 2 ou 3.

Remarque :

- La fréquence est $\boxed{f = \dfrac{\omega}{2\pi},}$ parfois notée ν (lettre grecque "nu").
- On utilise parfois (rarement) le nombre d'onde $\sigma = \dfrac{1}{\lambda}$ (lettre grecque "sigma").

Lien entre λ et T :

$\rightsquigarrow_4$ $\boxed{c = \dfrac{\omega}{k}}$ donc $c = \dfrac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \dfrac{\lambda}{T}$.

On a donc $\boxed{\lambda = cT} = \dfrac{c}{f}$. (toujours vérifier que c'est homogène !)

c/ Ordres de grandeur

$\rightsquigarrow_5$ Faire l'**EC2**.

d/ Déphasage induit par la propagation

$\rightsquigarrow_6$ Faire l'**EC3**.

IV – Milieux dispersifs

On considère une onde progressive sinusoïdale : $s(t,x) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$. Sa célérité, ou vitesse de phase, est $c = \dfrac{\omega}{k}$.

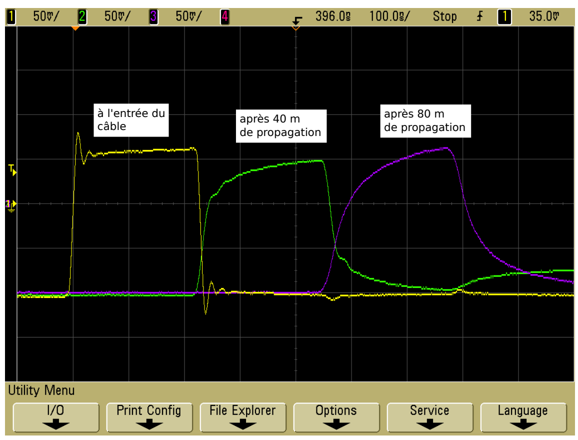
Définition

Un milieu est **dispersif** lorsque la vitesse de phase **dépend de la pulsation** : $c = c(\omega)$.

- Dans un milieu **non** dispersif, toutes les ondes progressives sinusoïdales se propagent à la même vitesse.
- Dans un milieu **dispersif** ce n'est pas le cas, leur vitesse dépend de leur pulsation.

Conséquence : dans un milieu dispersif, une perturbation non sinusoïdale se propage **en se déformant**.
Ceci peut se comprendre en considérant la décomposition de Fourier de la perturbation : chaque harmonique se déplace à une vitesse différente.

Exemple ci-contre : il s'agit du signal enregistré dans un câble coaxial. On voit qu'il se propage en se déformant : la câble est un milieu dispersif.



- Milieux non dispersifs : le vide pour les ondes électromagnétiques, l'air en très bonne approximation pour les ondes sonores.
- Milieux dispersifs : câble coaxial, surface de l'eau pour les ondes de surface, l'eau ou le verre pour les ondes lumineuses (car la célérité de la lumière dépend de sa longueur d'onde, donc de sa pulsation).

Remarque : le milieu peut aussi être **absorbant**, ce qui provoque une diminution globale de l'amplitude de l'onde à mesure qu'elle se propage.