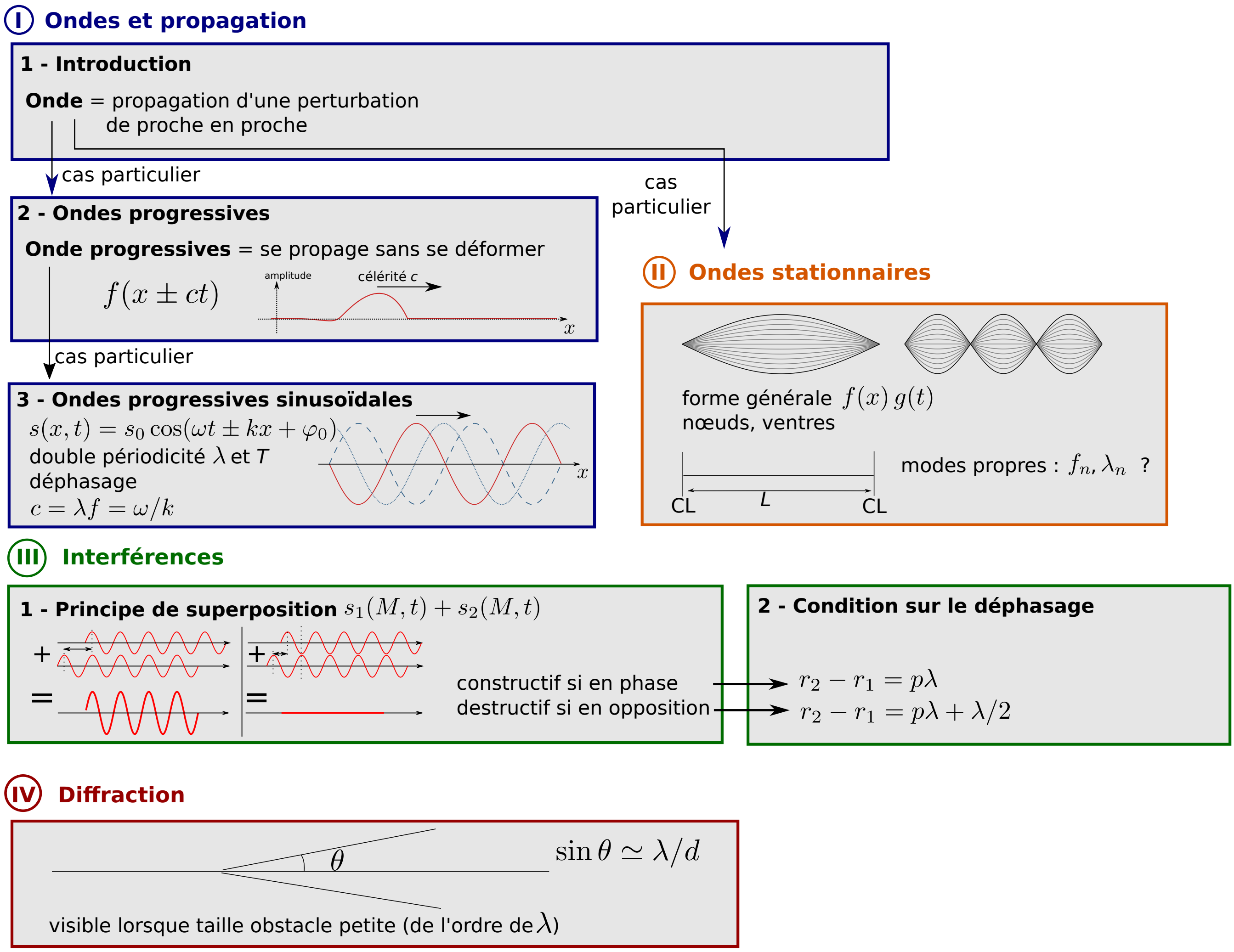
Partie I : Signaux et ondes
Chapitre 2

Phénomènes ondulatoires



Ce qu'il faut connaître

——— (cours : I)

▶1 Quel est l'ordre de grandeur de la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide (ou vitesse de la lumière) ?

Et celle des ondes sonores dans l'air ?

▶2 Sous quelle forme peut s'écrire une onde progressive unidimensionnelle (ou plane) pour une propagation vers les x croissants ? Et vers les x décroissants ?

▶3 Quelle est la forme générale de l'expression d'une onde progressive sinusoïdale se propageant selon les x croissants ? Comment sont nommés chacun des paramètres qui interviennent dans cette expression ?

Quelle est la relation entre la pulsation, la norme du vecteur d'onde, et la célérité de cette onde ?

▶4 Double périodicité des ondes progressives sinusoïdales : Quelle est la relation entre la période temporelle T et la pulsation de l'onde ?

Et celle entre la période spatiale λ et la norme du vecteur d'onde k ?

Quelle est alors la relation entre λ, T et c ?

——— (cours : II)

▶5 Décrire une onde stationnaire observée sur la corde de Melde (faire un schéma, noter les nœuds, les ventres).

▶6 Quelle est la forme générale de l'expression d'une onde stationnaire ?

▶7 Comment se décompose une vibration quelconque d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes ?

——— (cours : III)

▶8 Quand dit-on que les interférences sont constructives ? Destructives ?
Comment les deux ondes sont-elles déphasées dans chacun des cas ? On pourra faire un schéma comme page 13.

——— (cours : IV)

▶9 Le phénomène de diffraction est-il plus ou moins prononcé si la taille de l'obstacle est petite ?

Ce qu'il faut savoir faire

——— (cours : I)

▶10 Pour une onde progressive, prévoir l'évolution à t fixé ou à x fixé. → **EC1**

▶11 Pour une onde progressive harmonique, utiliser la relation entre λ et T (ou f). → **EC2**

▶12 Exploiter un déphasage dû à la propagation. → **EC3**, TD II

——— (cours : II)

▶13 Exprimer les fréquences des modes propres connaissant la célérité et la longueur de la corde. → **EC4**, TD IV

——— (cours : III)

▶14 Exprimer des conditions d'interférences constructives ou destructives. → **EC5**, DM

——— (cours : IV)

▶15 Utiliser la relation $\sin\theta \simeq \lambda/d$ entre le demi-angle d'ouverture θ et la taille d de l'ouverture. → **EC6**, TD V

Exercices de cours

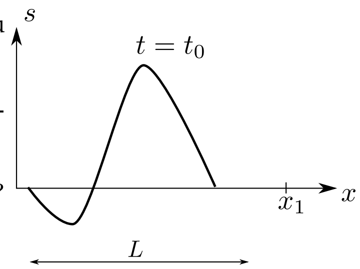
Exercice C1 – Pour une onde progressive, prévoir l'évolution à t fixé ou à x fixé

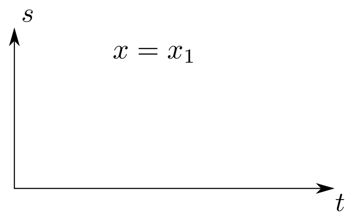
On considère l'onde progressive $f(x - vt)$ dont le profil au temps t_0 est donné ci-contre.

1 - Compléter le schéma de droite avec l'allure de la perturbation observée si l'on se place au point fixe x_1.

2 - Pendant quelle durée voit-on l'onde passer en ce point ?

(voir animation 1 sur le site de la classe)





Correction :

1 - Voir l'animation 1 sur le site de la classe.

2 - On le voit passer pendant une durée $\Delta t = \dfrac{L}{c}$. (bien vérifier que c'est homogène)

Exercice C2 – Utiliser la relation entre λ et T

On considère des ondes sonores dans l'air à température et pression ambiantes.

1 - Rappeler l'ordre de grandeur de la célérité de ces ondes.

2 - Rappeler le domaine de fréquence audible par l'homme.

3 - En déduire les longueurs d'onde associées aux fréquences maximales et minimales.

Autres questions possibles : on considère maintenant des ondes électromagnétiques.

4 - Quelle est la fréquence d'une onde lumineuse de longueur d'onde $500\,\mathrm{nm}$?

5 - Quelle est la longueur d'onde d'une onde radio de $100\,\mathrm{MHz}$?

Correction :

1 - $c = 340\,\mathrm{m/s}$.

2 - Domaine de fréquence audible par l'homme : de $20\,\mathrm{Hz}$ à $20\,\mathrm{kHz}$.

3 - La fréquence maximale est $f_m = 20\,\text{Hz}$. La longueur d'onde associée, λ_m, est obtenue avec la relation $c = \lambda/T = \lambda f$, donc ici

$$\boxed{\lambda_m = \frac{c}{f_m} = 170\,\text{m}.}$$

Et de même pour la longueur associée à la fréquence maximale $f_M = 20\,\text{kHz}$:

$$\boxed{\lambda_M = \frac{c}{f_M} = 1{,}7\,\text{cm}.}$$

Rappelons que pour les ondes électromagnétiques, $c = 3{,}0 \times 10^8\,\text{m/s}$.

4 - On utilise encore $c = \lambda/T = \lambda f$, on a donc

$$\boxed{f = \frac{c}{\lambda} = 6{,}0 \times 10^{14}\,\text{Hz}.}$$

5 - On utilise encore $c = \lambda/T = \lambda f$, on a donc

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f} = 3{,}0\,\text{m}.}$$

Exercice C3 – Exploiter un déphasage dû à la propagation

Considérons une onde progressive harmonique produite par un haut parleur et se propageant dans le sens des x croissants. Sa forme est du type

$$s(x,t) = S_0 \cos(\omega t - kx + \varphi).$$

Deux microphones sont placés à deux positions $x_1 = 0$ fixe, et $x_2 > 0$ fixe mais pouvant être déplacé, et enregistrent les signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$.

1 - Donner l'expression des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$.

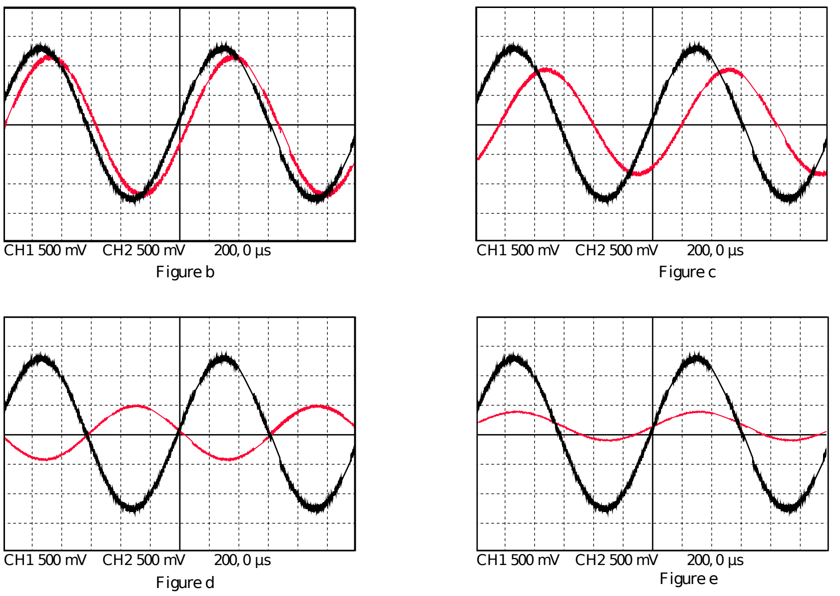
2 - Donner les expressions de leur phase initiale. En déduire le déphasage $\Delta\varphi_{12}$ de 2 par rapport à 1. L'exprimer en fonction de λ.

3 - Établir une condition sur x_2 et λ pour que les signaux soient en phase. Même question pour l'opposition de phase.

4 - On donne ci-dessous des relevés de l'enregistrement de $s_1(t)$ (en noir, courbe la plus à gauche) et de $s_2(t)$.

La figure b correspond à x_2 proche de 0. La figure c à $x_2 = 6{,}7\,\text{cm}$, la d à $x_2 = 21\,\text{cm}$ et la e à $x_2 = 42\,\text{cm}$.

Déduire de ceci la valeur de la longueur d'onde λ.



Correction :

1 - On sait que $s(x,t) = S_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$, donc il suffit de prendre $x = 0$ pour avoir ce qu'enregistre le micro 1, puis $x = x_2$ pour avoir ce qu'enregistre le second micro :

$$s_1(t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{et} \quad s_2(t) = s_0 \cos(\omega t - kx_2 + \varphi).$$

2 - Phase initiale de s_1 : φ.

Celle de s_2 : $-kx_2 + \varphi$.

La différence de phase est donc $\Delta\varphi_{12} = -kx_2 + \varphi - \varphi = -kx_2 = -\dfrac{2\pi x_2}{\lambda}$.

Remarque : $\Delta\varphi_{12} < 0$ car s_2 est en retard sur s_1.

3 - Signaux en phase : $\Delta\varphi_{12} = 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, soit donc $\dfrac{x_2}{\lambda} = -p$, $p \in \mathbb{Z}$, ou ce qui revient au même :

$$\boxed{x_2 = p\lambda,\ p \in \mathbb{Z}.}$$

Signaux en opposition de phase : $\Delta\varphi_{12} = \pi + 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, soit donc $\dfrac{x_2}{\lambda} = -\dfrac{1}{2} - p$, $p \in \mathbb{Z}$, ou ce qui revient au même :

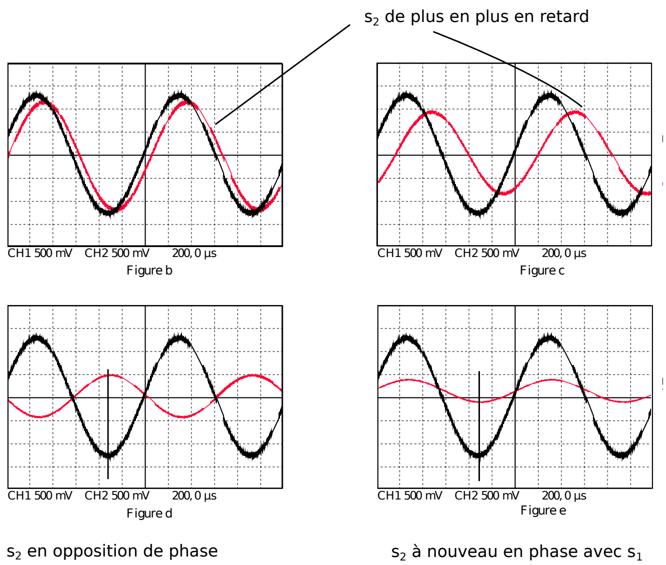
$$\boxed{x_2 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda,\ p \in \mathbb{Z}.}$$

4 -

Sur la figure e, les signaux sont à nouveau en phase, c'est donc qu'on a décalé le second micro de $x_2 = \lambda$.
On a donc $\lambda = 42\,\text{cm}$.

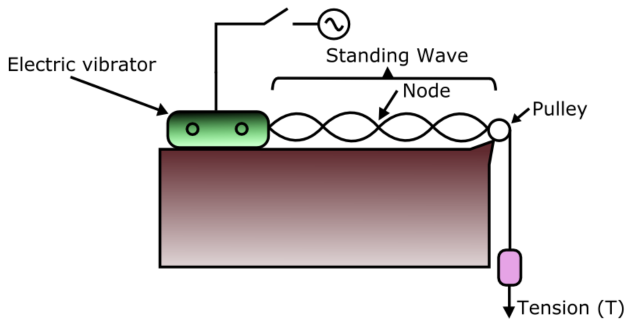
Remarque : On trouve pareil avec la figure d : cette fois il y a opposition de phase, donc décalage de $x_2 = \lambda/2$, avec ici $x_2 = 21\,\text{cm}$.

Remarque : En termes de déphasage, on a $\Delta\varphi_{12} = -\pi$ sur la figure d, et -2π sur la e.



Exercice C4 – Corde de Melde

On réalise l'expérience ci-dessus. On note L la longueur de la corde et c la célérité des ondes. La corde est fixée à l'extrémité $x = L$. On constate expérimentalement que pour certaines fréquences d'excitation, l'amplitude des oscillations de la corde est très importante. On dit que pour ces fréquences, il y a résonance, et on appelle "mode propre" les ondes alors observées. On les numérote avec un entier n.



1 - Comment s'appelle le type d'onde observé ? Faire un schéma de l'onde à un instant t fixe et faire apparaître les nœuds, ventres, et la longueur d'onde λ_n.

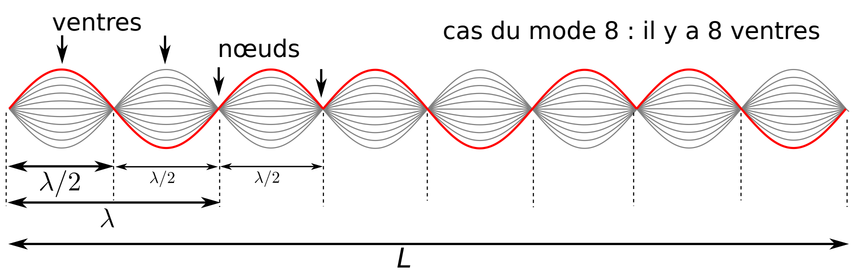
2 - Établir l'expression de la longueur d'onde λ_n du mode propre numéro n.

3 - Établir l'expression de la fréquence f_n du mode propre numéro n.

Correction :

1 - C'est une onde stationnaire.

Ci-dessous le mode $n = 8$.



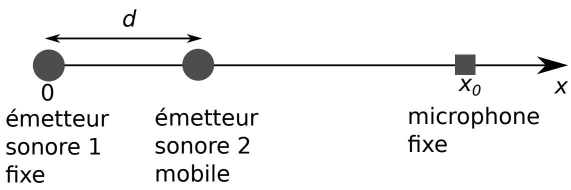
2 - Pour le mode n, on a la relation $L = n \times \dfrac{\lambda}{2}$ (cf figure ci-dessus, qui est le cas $n = 8$).

D'où $\boxed{\lambda_n = \dfrac{2L}{n}.}$

3 - On utilise la relation $\lambda_n f_n = c$, d'où la fréquence du mode numéro n : $\boxed{f_n = \dfrac{c}{\lambda_n} = n\,\dfrac{c}{2L}.}$

EC 5 – Conditions d'interférences constructives ou destructives

On considère le dispositif suivant. On suppose que l'émetteur 2 est de taille suffisamment petite pour ne pas avoir d'influence sur le signal émis par l'émetteur 1. Chaque émetteur envoie une onde progressive harmonique de même fréquence et de phase à l'origine nulle.



1 - Rappeler les conditions d'interférence destructive et constructive en terme de déphasage entre les deux signaux.

2 - Lorsque $d = 0$, qu'enregistre-t-on au niveau du microphone ?

3 - On part de $d = 0$, et on augmente d jusqu'à ce que le signal enregistré soit nul. Ceci se produit pour $d = 6{,}0\,\text{cm}$.

Expliquer pourquoi il y a cette extinction.

En déduire la longueur d'onde du son émis.

Correction :

1 - Interférences constructives lorsque les deux signaux sont en phase : $\Delta\phi = 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, ou de façon équivalente $r_1 - r_2 = p\lambda$, $p \in \mathbb{Z}$.

Interférences destructives lorsque les deux signaux sont en opposition de phase : $\Delta\phi = \pi + 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, ou de façon équivalente $r_1 - r_2 = \lambda/2 + p\lambda$, $p \in \mathbb{Z}$.

2 - Pour $d = 0$ les deux émetteurs sont au même endroit, donc la distance r_1 entre émetteur 1 et récepteur est égale à la distance r_2 entre émetteur 2 et recepteur.

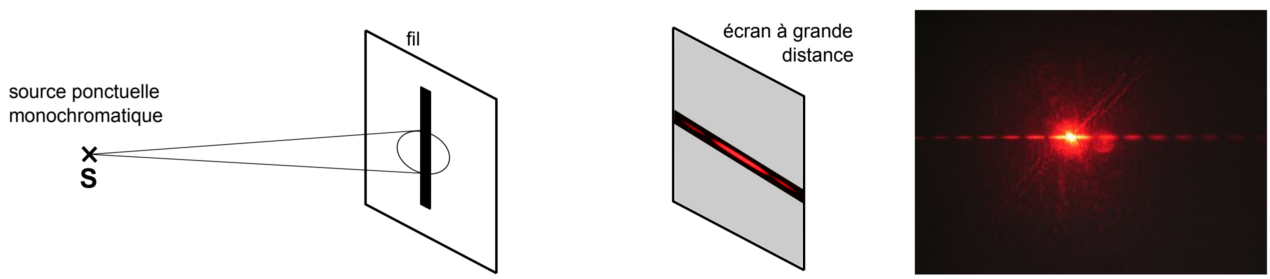
On a donc $r_1 - r_2 = 0$, les ondes arrivent en phase, et les interférences sont constructives : on reçoit donc bien un signal, deux fois plus fort que pour un seul émetteur.

3 - À mesure qu'on décale l'émetteur 2, le déphasage des deux ondes qui arrivent en x_0 augmente. Il arrive un moment où se déphasage est tel que les deux ondes sont en opposition de phase : il y a alors interférences destructives et extinction du signal.

Ceci se produit lorsque $|r_1 - r_2| = \dfrac{\lambda}{2}$, donc $d = \dfrac{\lambda}{2}$, donc $\boxed{\lambda = 2d = 12{,}0\,\text{cm}.}$

EC 6 – Utiliser la relation $\sin\theta = \lambda/d$

On considère un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 500\,\text{nm}$ qui éclaire un cheveu placé perpendiculairement par rapport au faisceau. On place un écran à une distance $D = 1{,}0\,\text{m}$ du cheveu, perpendiculairement au faisceau. On observe à l'écran la figure ci-dessous. La taille de la tache centrale est de 16,0 cm.



1 - En déduire le diamètre approché du cheveu.

Correction :

Faire une figure. Dans le triangle rectangle ABC, on a $\tan\theta = \dfrac{d/2}{D}$, donc en utilisant l'approximation $\tan\theta \simeq \theta$ (approximation valable presque toujours en optique car l'angle θ est petit), on a

$$\theta = \frac{d/2}{D} = 8 \times 10^{-2}\,\mathrm{rad}.$$

(**Remarque :** l'angle est en effet petit. Si on n'utilise pas l'approximation, on a $\theta = \arctan \dfrac{d/2}{D} = 7{,}98 \times 10^{-2}\,\mathrm{rad}$, très proche de ce qu'on a trouvé !.)

Soit a le diamètre du chaveu. On sait que $\sin\theta = \dfrac{\lambda}{a}$.
On a donc

$$\boxed{a = \frac{\lambda}{\sin\theta} = 6{,}3\mu\mathrm{m}.}$$

($1\,\mu\mathrm{m} = 10^{-6}\,\mathrm{m}$)

Le cours

I – Ondes et propagation

1 – Ondes

Manip : ressort, corde

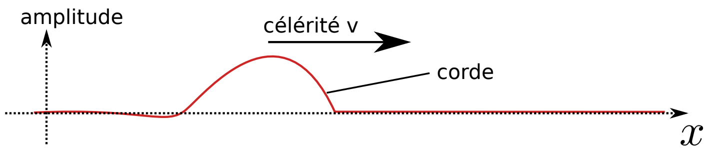
Définition : onde

Une onde est la perturbation d'une grandeur physique qui se propage de proche en proche dans un milieu ou dans le vide.

Propriétés et remarques :

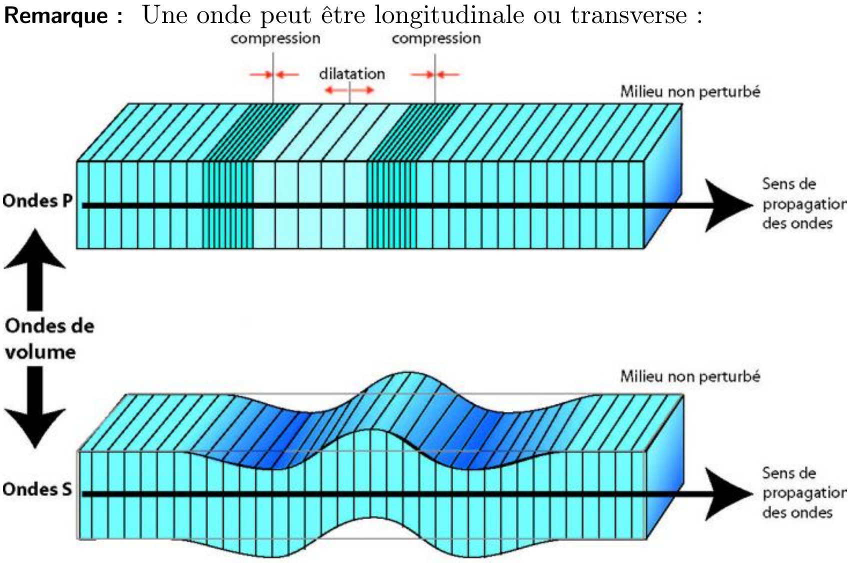
- Il n'y a pas de transport de matière entre le point d'émission et le point de réception.
- En revanche, il y a transport d'information et d'énergie.
- Dans un milieu matériel on parle d'onde mécanique.
- L'amplitude de l'onde dépend de la position et du temps : c'est une fonction $s(x,y,z,t)$. À une dimension : $s(x,t)$.

Ondes mécaniques à la surface de l'eau.
Nous observons également ces ondes sur une cuve à ondes.



Ébranlement le long d'une corde.

Remarque : Une onde peut être longitudinale ou transverse :



- Ondes **transverses** : le déplacement du milieu est perpendiculaire à la direction de propagation. Cas des ondes S ici.
- Ondes **longitudinale** : le déplacement du milieu est dans la direction de propagation. Cas des ondes P ici.

(Ondes P et S correspondent à des ondes sismiques)

2 – Ondes progressives

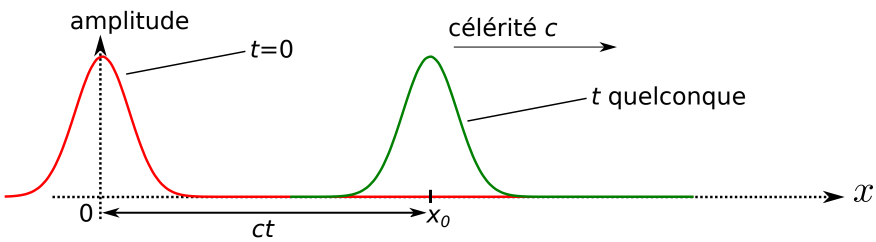
a/ Manipulation avec un ressort

On tend un ressort, et on initie une perturbation verticale.

Ci-contre un schéma de la perturbation $h(x,t)$ à $t = 0$ et à un instant t quelconque :

Modèle : il n'y a pas de déformation du profil.
→ On appelle alors ceci une onde **progressive**.

"photographies" à t=0 et t quelconque



– Notons $f(x)$ le profil de la perturbation à $t = 0$.

– À un instant t quelconque, le profil s'est déplacé d'une distance $c \times t$.
Donc à l'instant t, le profil est obtenu en translatant le profil $f(x)$ d'une distance $a = ct$ vers la droite.

– La fonction qui décrit le profil à l'instant t est donc $h(x,t) = f(x - ct)$.
(rappel de mathématiques : le graphe de $x \mapsto f(x - a)$ est obtenu en translatant celui de $x \mapsto f(x)$ d'une distance a vers la droite.)

→ Conclusion : la perturbation peut alors s'écrire sous la forme $h(x,t) = f(x - ct)$, avec $f(x)$ le profil pour $t = 0$ (qui ensuite se propage).

b/ Définition

Définition : onde progressive

Onde progressive unidimensionnelle (ou plane) : onde se propageant sans déformation de son profil.

Mathématiquement, la perturbation s'écrit :

- Propagation selon les x croissants : il existe f telle que $s(x,t) = f(x - ct)$.
(Ou de façon équivalente : $s(x,t) = f(ct - x)$, ou $s(x,t) = f(t - x/c)$.)

- Propagation selon les x décroissants : il existe f telle que $s(x,t) = f(x + ct)$.
(Ou de façon équivalente : $s(x,t) = f(ct + x)$, ou $s(x,t) = f(t + x/c)$.)

x est une coordonnée d'un repère cartésien (il peut aussi s'agir de y ou z).

Ce type d'onde est un modèle, bien adapté dans certains cas où la déformation du profil est faible.
Contre exemple : une onde sphérique.

c/ Célérité

Définition : célérité

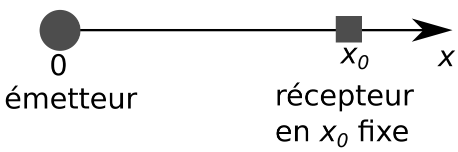
La célérité, ou vitese de propagation, est la vitesse de déplacement de la perturbation.

Exemples d'ondes et ordres de grandeurs de célérité :

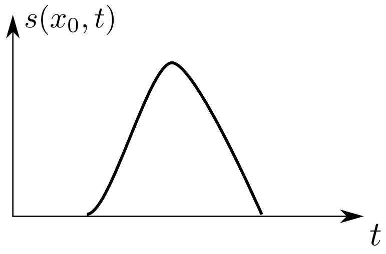
Type de signal	Grandeurs physiques associées (exemples)	Célérité
onde sonore ou acoustique	pression acoustique p, vitesse du fluide v	dans l'air* à T et p ambiants : $340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, dans l'eau : $\simeq 1500\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
onde électromagnétique (dont la lumière)	champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$	dans le vide* : $c = 3{,}0 \times 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (300 000 km/s)
onde électrique	courant électrique i et tension électrique u	$c = 3{,}0 \times 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
onde mécanique à la surface de l'eau ("vagues")	vitesse du fluide v et pression p	quelques m/s
ébranlement le long d'une corde	ébranlement y et force de rappel	quelques cm/s à qq m/s

d/ Profils à t fixé ou x fixé

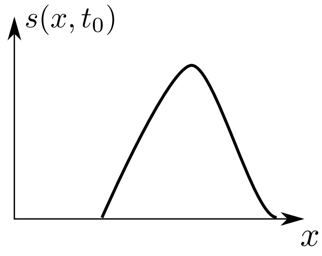
Ne pas confondre l'enregistrement du signal s qui est reçu au point x_0, et la photographie du signal à un instant t_0 donné.



$\rightsquigarrow_1$ Faire l'**EC1**, et voir animation 1.



enregistrement de s reçu au point x_0



photographie de l'onde à un instant t_0

3 – Onde progressive sinusoïdale

- Onde *progressive* : $s(x,t) = f(t - x/c)$.
- En plus, onde *sinusoïdale* : f est une fonction cosinus, $f(u) = s_0 \cos(\omega u + \varphi)$.

$\rightsquigarrow_2$
On a donc

$$s(x,t) = s_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right] = s_0 \cos\left[\omega t - \frac{\omega}{c} x + \varphi\right].$$

On pose $k = \dfrac{\omega}{c}$.

a/ Définition

Définition : onde progressive sinusoïdale

Une onde progressive sinusoïdale (ou progressive harmonique, ou progressive monochromatique) s'écrit sous la forme :

$$\boxed{s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)}$$ pour une propagation selon les x croissants

amplitude pulsation norme du vecteur d'onde phase à l'origine

(autres écritures équivalentes : $s_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$ ou $\cos(kx - \omega t + \varphi)$)

ou :

$$\boxed{s(x,t) = s_0 \cos(\omega t + kx + \varphi)}$$ pour une propagation selon les x décroissants.

(autres écritures équivalentes : $s_0 \sin(\omega t + kx + \varphi)$ ou $\cos(kx + \omega t + \varphi)$)

Sa célérité est $c = \dfrac{\omega}{k}$.

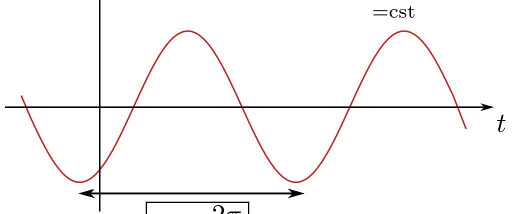
$\rightsquigarrow_3$ Quelle est la dimension du vecteur d'onde k ? $[k] = [\omega]/[c] = \mathrm{m}^{-1}$ (inverse d'une longueur).

Remarque : $\Phi = \underbrace{\omega t - kx + \varphi}_{\text{tout ce qui est dans le cos}}$ est la phase de l'onde. φ est donc la phase à $t = 0$ en $x = 0$, d'où son nom.

b/ Double périodicité

▶ Enregistrement en x_0 fixé :

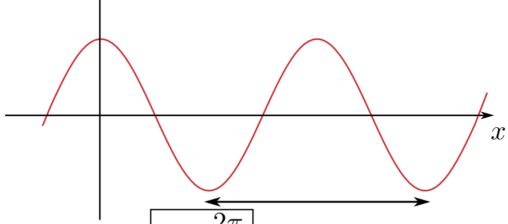
$$s(x_0, t) = s_0 \cos(\omega t \underbrace{- kx_0 + \varphi}_{=\text{cst}})$$



$\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega}}$ période temporelle

▶ "Photographie" à t_0 fixé :

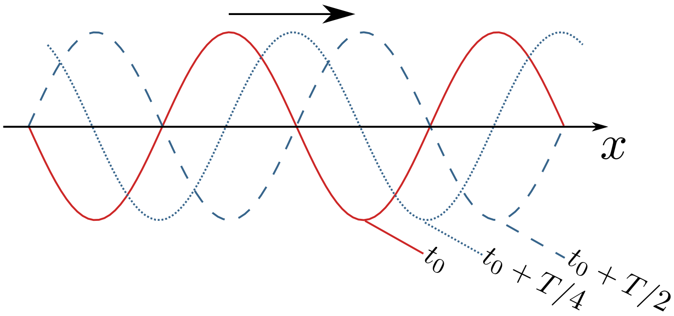
$$s(x, t_0) = s_0 \cos(\omega t_0 - kx + \varphi) = s_0 \cos(kx \underbrace{- \omega t_0 - \varphi}_{=\text{cst}})$$



$\boxed{\lambda = \dfrac{2\pi}{k}}$ période spatiale, appelée <u>longueur d'onde</u>

$[\lambda] = \mathrm{m}$

Exemple : Onde plane progressive monochromatique se propageant selon les x croissants, à différents instants :
(faire apparaître λ sur le schéma)



→ Voir aussi animation 2 ou 3.

Remarque :

– La fréquence est $\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi}}$, parfois notée ν (lettre grecque "nu").

– On utilise parfois (rarement) le nombre d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ (lettre grecque "sigma").

Lien entre λ et T :

$\rightsquigarrow_4$ $\boxed{c = \frac{\omega}{k}}$ donc $c = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T}$.

On a donc $\boxed{\lambda = cT} = \frac{c}{f}$. (toujours vérifier que c'est homogène !)

c/ Ordres de grandeur

$\rightsquigarrow_5$ Faire l'**EC2**.

d/ Déphasage induit par la propagation

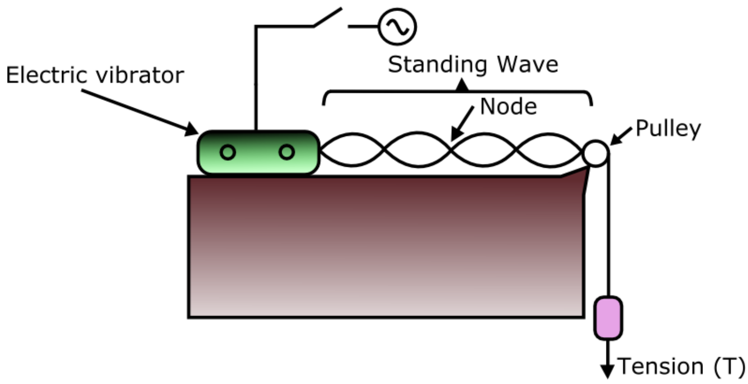
$\rightsquigarrow_6$ Faire l'**EC3**.

II – Ondes stationnaires

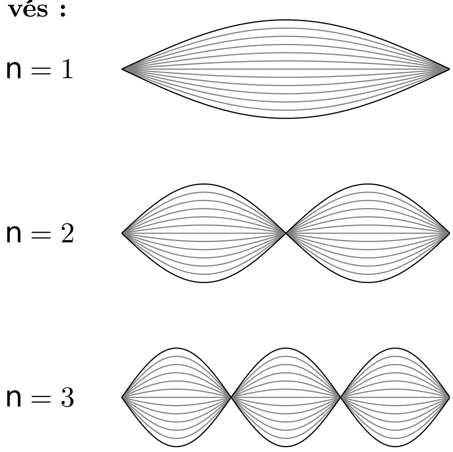
1 – Expérience de la corde de Melde

a/ Expérience

• **Schéma de l'expérience :**



• **Allure des premiers modes observés :**

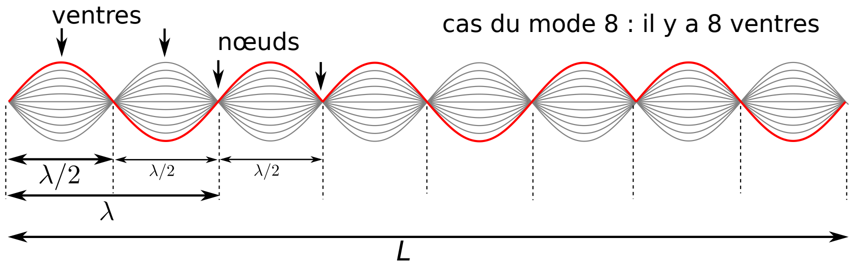


• **Observations :**

- Pour certaines fréquences d'excitation, on observe des oscillations d'amplitude importante (très supérieure à l'amplitude de l'excitation). On parle de **résonances**.
- Pour ces fréquences, la forme de l'onde comporte des points d'amplitude nulle, d'autres d'amplitude maximale. Leur nombre augmente avec la fréquence.
- Relevons ces fréquences : ..
- Ces fréquences semblent dépendre de la longueur de la corde.

Pour revoir l'expérience de la corde de Melde, ou pour une animation, cf site classe.

b/ Explication théorique : prédiction des longueurs d'onde et fréquences



$\rightsquigarrow_7$ Qu'imposent les conditions aux limites (en $x = 0$ et $x = L$) sur le signal s ?
Faire ci-dessus un schéma dans le cas où il y a 8 ventres.
Quelle est la distance entre deux nœuds ? Quelle est alors la relation entre L et λ ?

Il y a une distance $\lambda/2$ entre deux nœuds.
On a donc ici $L = 8 \times \lambda/2$.

$\rightsquigarrow_8$ Généraliser au cas où il y a n ventres.

Pour n ventres, on a $L = n\,\dfrac{\lambda}{2}$.

> On parle de **mode** pour désigner une onde stationnaire pouvant exister avec une amplitude importante.
> On a donc montré que le mode numéro n a une longueur d'onde $\lambda_n = \dfrac{2L}{n}$.

On admet que la fréquence et la longueur d'onde d'un mode vérifient la même relation que pour une onde progressive harmonique.

$\rightsquigarrow_9$ En déduire la fréquence du mode n.

On sait que la célérité $c = \lambda_n f_n$, donc $f_n = \dfrac{c}{\lambda_n} = n \times \dfrac{c}{2L}$.

Ceci est-il en accord avec l'expérience ?

- On a bien constaté que $f_2 = 2f_1$, $f_3 = 3f_1$, etc.
- Est-ce que $f_1 = \frac{c}{2L}$? Vous le vérifierez en TP.

Pour s'entrainer à refaire ceci : **EC4**.

c/ Expression de l'amplitude de l'onde

L'expérience suggère de rechercher l'expression de l'amplitude sous la forme :

$$s(x,t) = s_0 \cos(\omega t) \cos(kx + \varphi), \quad \text{avec } k = \omega/c.$$

On peut alors retrouver les résultats du b/ en utilisant les conditions aux limites :

- $\forall\ t,\ s(x=0,t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = 0$

  $\Rightarrow \quad \varphi = \pm\dfrac{\pi}{2} + 2p\pi,\ p \in \mathbb{Z}$

  $\Rightarrow \quad \cos(kx + \varphi_0) = \cos\left(kx \pm \dfrac{\pi}{2} + 2p\pi\right) = \pm\sin kx.$

  Donc $s(x,t) = \pm s_0 \cos\omega t \sin kx$.

- $\forall\ t,\ s(x=L,t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin kL = 0$

  $\Rightarrow \quad kL = n\pi,\ n \in \mathbb{N}^*\ (k,L > 0)$

  $\Rightarrow \quad \dfrac{2\pi}{\lambda} L = n\pi$

  $\Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{2L}{n}$

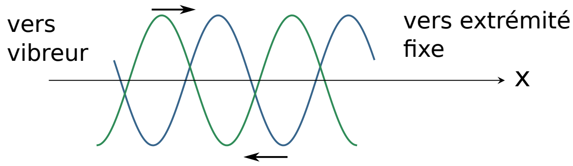
On a donc $s(x,t) = s_0 \cos\omega t\, \sin\dfrac{n\pi x}{L}$, et on a bien retrouvé que pour le mode n, $\lambda = \dfrac{2L}{n}$.

d/ Interprétation en termes d'interférences

→ Animation montrant la superposition de deux ondes progressives : voir site classe.

Le vibreur envoie une onde progressive vers la droite : $s_1(x,t) = s_0\ \cos(\omega t - kx)$ (on prend une phase à l'origine nulle).

Au bout de la corde, en $x = L$, cette onde se réfléchit et revient sous la forme d'une onde progressive s_2. La pulsation de s_2 est la même que celle de s_1, et donc son vecteur d'onde $k = \omega/c$ également. On peut l'écrire de façon générale :



$$s_2(x,t) = s_0'\ \cos(\omega t + kx + \varphi).$$

→ La somme de ces deux ondes donne bien une onde du type $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t) \cos(kx + \varphi)$.

Conclusion

L'onde stationnaire observée lors de la résonance peut être vue comme la superposition de l'onde produite par le vibreur et de l'onde réfléchie en bout de corde.
Un ventre de l'onde stationnaire correspond à des interférences constructives entre ces deux ondes, et un nœud à des interférences destructives.
Notre démonstration montre également qu'il est justifié d'utiliser la relation $\omega/k = c$ pour l'onde stationnaire.

(**Remarque :** s_2 se réfléchit aussi en $x = 0$, et ceci donne une onde du même type que s_1 avec un déphasage éventuel. Mais à la résonance ce déphasage est nul car le vibreur renvoie l'onde au bon moment. Cette troisième onde réfléchie est donc déjà comprise dans le terme s_1. De même pour toutes les réflexions.)

e/ Cas d'une vibration quelconque de la corde

→ Revoir l'animation avec le spectre, chapitre 1.
Jusqu'ici, on a perturbé la corde de façon sinusoïdale (avec le vibreur).

→ Un seul mode n à la fois est excité.

Dans le cas d'une perturbation quelconque, tous les modes sont plus ou moins excités.

→ Toutes les fréquences f_1, $2f_1$, $3f_1$, etc... sont présentes dans le spectre → cf chapitre 1.

Le signal s'écrit alors $s(x,t) = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} s_{0n} \cos(\omega t + \varphi_n)\ \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$.

2 – Cas général (autre que la corde de Melde)

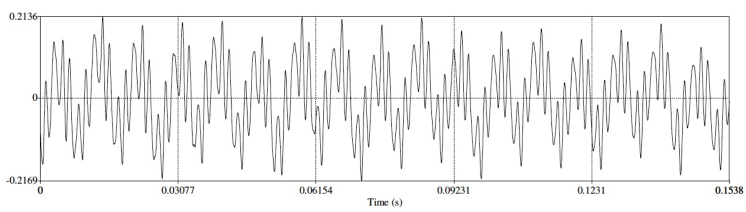
Dans le cas général, une onde stationnaire est une onde où les dépendances spatiale et temporelle sont découplées, et s'écrit :

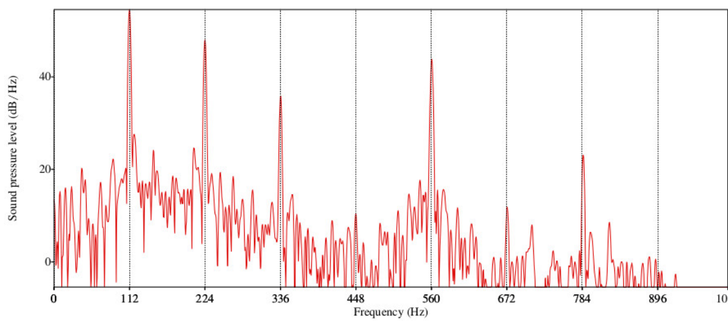
$$s(x,t) = f(x) \times g(t).$$

- S'il y a présence de nœuds et de ventres, c'est une onde stationnaire.
- Une onde stationnaire s'observe lorsque les conditions aux limites imposent des ondes réfléchies, ou imposent des nœuds ou des ventres.

Exemples : instruments à cordes et à vent, four à micro-onde, etc...

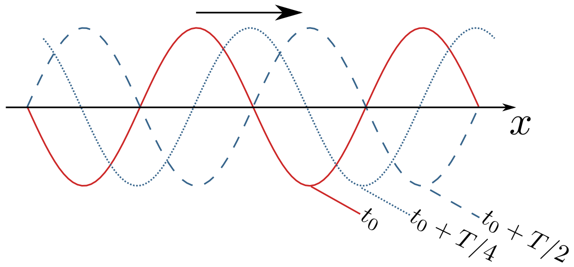
Exemple : signal temporel produit du son produit par une corde de guitare, et spectre associé :



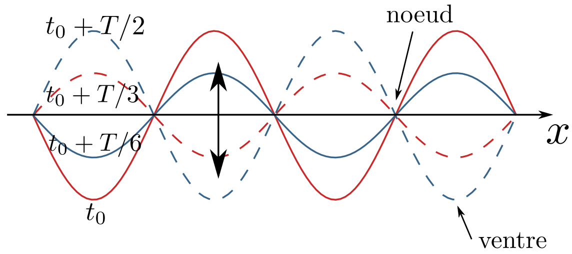


(source : http://images.math.cnrs.fr/Spectre.html)

3 – Comparaison entre une onde progressive et une onde stationnaire



Onde plane progressive monochromatique.
Propagation à la célérité v.



Onde stationnaire du type $\cos(\omega t)\,\cos(kx)$**.**
Nœuds et ventres.

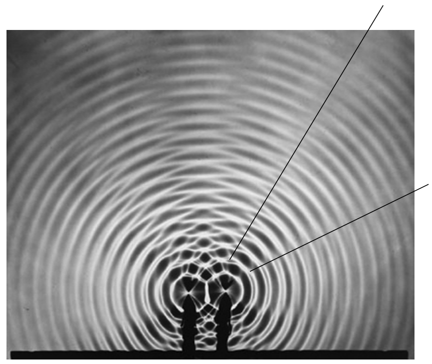
Pas de propagation.

III – Interférences

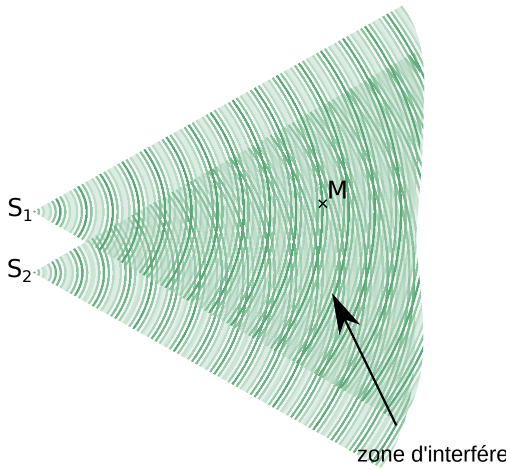
Interférence = superposition d'onde.

1 – Principe de superposition

• Exemples d'observations :



Interférences entre deux ondes sphériques produites par deux vibreurs à la surface de l'eau.



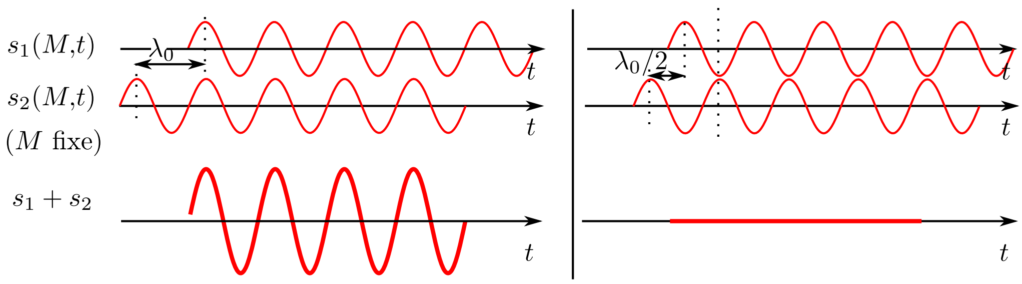
• Idée derrière les interférences :

- Source S_1 qui produit une onde $s_1(M,t)$.
- Source S_2 qui produit une onde $s_2(M,t)$.

$\Rightarrow$ l'amplitude totale au point M est $\boxed{s_{\text{tot}}(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t).}$

On a alors :

- Si les ondes s_1 et s_2 sont **en phase** au point M (maximales en même temps, ou minimales en même temps), alors l'amplitude s_{tot} est importante.
  $\rightarrow$ On dit que les interférences sont **constructives**.
- Si les ondes s_1 et s_2 sont en **opposition de phase** au point M (l'une est maximale et l'autre minimale), alors l'amplitude s_{tot} est faible.
  $\rightarrow$ On dit que les interférences sont **destructives**.



Attention : ceci n'a un sens que si s_1 et s_2 sont de même période.

Observations d'interférences ?

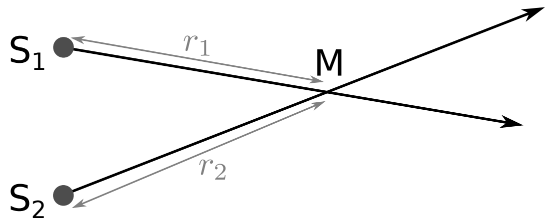
- cordes (nœuds et ventres),

– séismes, marées,

– casques antibruits,

– optique (cf cours de PT).

2 – Condition sur le déphasage



Soit M un point d'observation. Les deux sources émettent :

$$s_1(M,t) = s_0 \cos(\omega t - kr_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = s_0 \cos(\omega t - kr_2).$$

– Onde s_1 et s_2 en phase au point M (max ou min en même temps)

$\Leftrightarrow \cos(\omega t - kr_1) = \cos(\omega t - kr_2)$

$\Leftrightarrow \omega t - kr_1 = \omega t - kr_2 + 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow r_2 - r_1 = \dfrac{2p\pi}{k}$, soit $\boxed{r_2 - r_1 = p \times \lambda.}$

Remarque : Si on note $\Delta\varphi = (\omega t - kr_1) - (\omega t - kr_2)$ la différence de phase entre les deux ondes, on a montré que

$$\text{interférences constructives} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\varphi = 2p\pi, \quad p \in \mathbb{Z}.$$

– Onde s_1 et s_2 en opposition de phase au point M (l'une max lorsque l'autre est min)

$\Leftrightarrow \cos(\omega t - kr_1) = -\cos(\omega t - kr_2)$

$\Leftrightarrow \omega t - kr_1 = \omega t - kr_2 + \pi + 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow r_2 - r_1 = \dfrac{\pi}{k} + \dfrac{2p\pi}{k}$, soit $\boxed{r_2 - r_1 = \dfrac{\lambda}{2} + p \times \lambda.}$

Remarque : Cette fois,

$$\text{interférences destructives} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\varphi = \pi + 2p\pi, \quad p \in \mathbb{Z}.$$

On retrouve ce qu'on a annoncé dans le 1/.

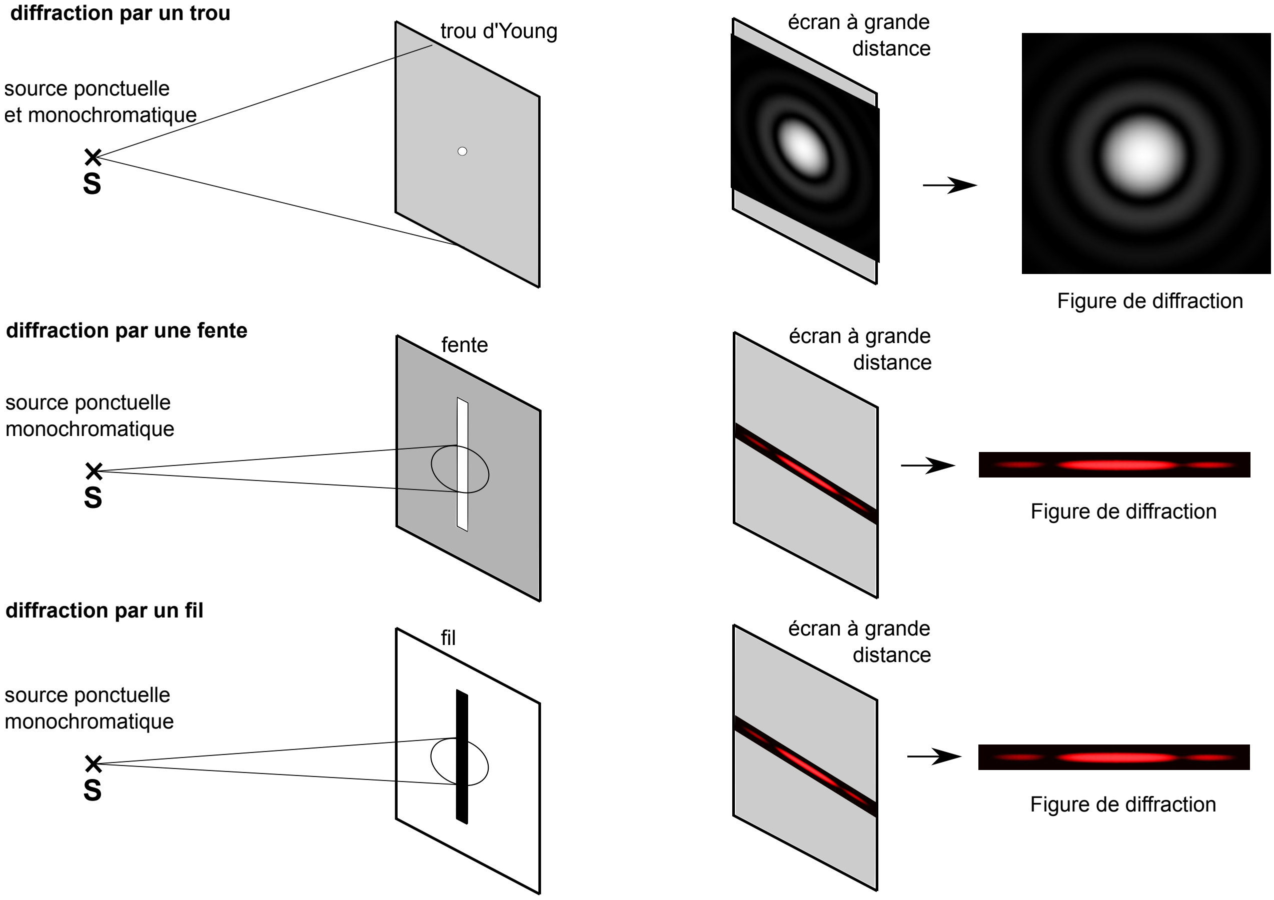
Bilan

- Interférences constructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = 2p\pi \Leftrightarrow r_2 - r_1 = p\lambda \quad (p \in \mathbb{Z})$.
- Interférences destructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = \pi + 2p\pi \Leftrightarrow r_2 - r_1 = \dfrac{\lambda}{2} + p\lambda \quad (p \in \mathbb{Z})$.

$\rightsquigarrow_{10}$ Faire l'**EC5**.

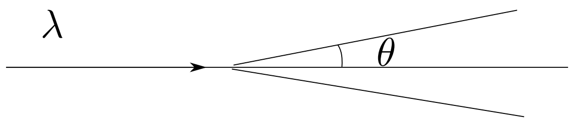
IV – Diffraction

Exemples d'observations :
Voir site de la classe pour une photographie aérienne de la mer, qui montre une diffraction de la houle.



Vu en terminale :

- Apparaît lorsqu'un obstacle de taille d de l'ordre de λ est présent.
- Plus d est petit, plus la déviation est grande.
- Expérimentalement, on constate que $\boxed{\sin\theta \simeq \dfrac{\lambda}{d}}$ avec θ le demi-angle d'ouverture.



Remarque : Si $d < \lambda$, alors la formule $\sin\theta = \lambda/d$ ne marche plus. Elle devient plus complexe.

$\rightsquigarrow_{11}$ Faire l'**EC6**.