

# Correction – Physique-chimie – DS 3

## I Pompe à chaleur avec fluide à glissement de température

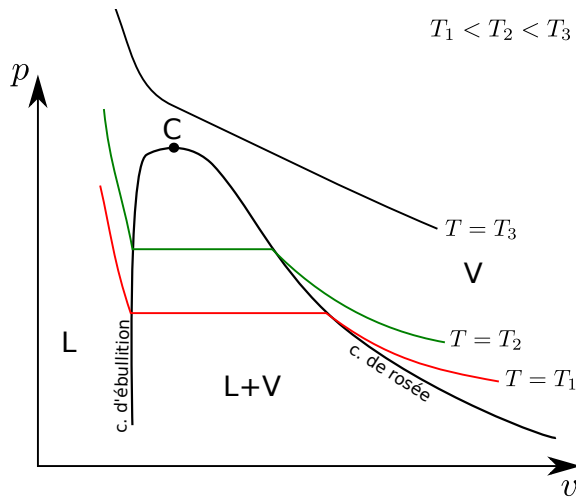
D'après PT phys. B 2017. Ajout d'une question sur la différence corps pur - mélange dans la partie I.2. Quelques questions enlevées pour adapter au programme de TSI2.

### I.1 Analyse documentaire et culture générale

- 1 - La lettre R signifie réfrigérant.
- 2 - Il s'agit de la couche d'ozone (formule chimique  $O_3$ ).
- 3 - Il s'agit de l'effet de serre.

### I.2 Différences entre les propriétés d'un mélange et d'un corps pur

4 -

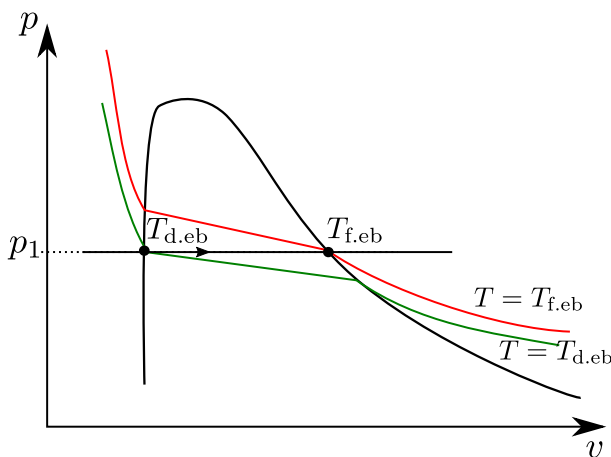


Pour un corps pur à l'équilibre sous deux phases, il y a une relation entre pression et température (la relation  $p = p_{\text{sat}}(T)$  pour un équilibre liquide-gaz).

Donc pour une évolution isotherme à  $T_0$ , la pression est fixée par cette relation  $p = p_{\text{sat}}(T_0)$  et est donc constante.

C'est pourquoi les isothermes dans la zone diphasique sont aussi des isobares, et sont donc horizontales (une isobare est horizontale car  $p$  est l'ordonnée du diagramme).

5 -



D'après le document 3 on a  $T_{d,eb} < T_{f,eb}$ , et on a donc l'allure tracée ci-contre.

La pente des isothermes dans la zone diphasique est donc négative.

### I.3 Cycle et diagrammes

- 6 - Voir feuille annexe.
- 7 - Il s'agit d'une pompe à chaleur, dans laquelle le fluide caloporteur reçoit un travail afin de forcer un transfert thermique de la source froide vers la source chaude. Il s'agit donc d'un cycle récepteur.  
On verra également plus tard que dans le digramme de Clapeyron ou entropique il est parcouru dans le sens anti-horaire, ce qui signifie bien qu'il est récepteur.

8 - Un changement d'état vapeur vers liquide est exothermique : le fluide changeant d'état cède un transfert thermique au milieu extérieur.

Le condenseur force le fluide à passer de l'état vapeur à l'état liquide, et se faisant le fluide cède un transfert thermique positif au milieu extérieur. Le condenseur est donc placé dans la maison. Et ceci chauffe donc l'intérieur de la maison.

9 - On a la seconde identité thermodynamique  $dh = Tds + vdp$  qui se simplifie en  $dh = Tds$  pour une évolution isobare.

D'autre part, on a pour un gaz parfait  $dh = c_p dT$  avec  $c_p$  la capacité thermique massique à pression constante du gaz.

On a donc  $c_p dT = Tds$ , d'où  $\frac{dT}{ds} = \frac{T(s)}{c_p}$ .

Ceci s'intègre en  $T(s) = Ae^{s/c_p}$  avec  $A$  une constante d'intégration.

10 - Voir annexe.

11 - La question demande de raisonner sur le cycle théorique tel que décrit dans l'énoncé.

★ Les échanges thermiques entre le fluide et les sources ont lieu dans le condenseur et l'évaporateur.

De façon très générale, un échange thermique (par échauffement, refroidissement ou changement d'état qu'il soit isotherme ou non) est irréversible dès que la température du fluide est différente de celle de la source. (Car il y a alors des gradients de température et donc de l'entropie créée.) Ici dans le condenseur la température du fluide varie entre 75 et 37.5°C, ce qui est éloigné de la température de la source chaude (qui est la maison, de température constante et inférieure), et dans l'évaporateur la température du fluide varie de -2.5 à 7.5°C, ce qui est plus ou moins éloigné de la température de la source froide (l'air extérieur). Les échanges sont donc irréversibles.

★ Pour diminuer l'entropie créée il faut rapprocher la température du fluide et des sources. Comme les sources ont une température constante, ceci implique des échangeurs qui soient quasi-isothermes à la température de la source avec laquelle ils échangent. (C'est bien le cas pour un cycle réversible de Carnot.) Le désavantage est alors que les échanges thermiques sont lents, et même infiniment lents... Pour les accélérer il faut par exemple augmenter la surface d'échange (donc échangeurs plus volumineux, à ailettes, etc.).

**Remarque :** On peut montrer simplement que  $\delta S_c > 0$  si la température  $T$  du fluide échangeant de l'énergie thermique est différente de celle  $T_{\text{ext}}$  de la source :

On considère une particule de fluide (système fermé, masse  $m$ ), on a d'une part  $dU = TdS - pdV$  et d'autre part  $dU = \delta W + \delta Q = -pdV + \delta Q$  (on a  $\delta W = -pdV$  pour le système {particule de fluide} car par le principe des actions réciproques la force s'exerçant sur la pdf est  $pdS$ ; si l'on est pas convaincu on peut dire que de toute façon dans un écoulement  $p = p_{\text{ext}}$  et  $p_{\text{ext}}$  n'a pas vraiment de sens; ou que  $p = p_{\text{ext}}$  par hypothèse car on suppose être mécaniquement réversible et on ne s'intéresse qu'à l'irréversibilité thermique), de quoi on tire  $dS = \frac{\delta Q}{T}$ .

Or on a aussi  $\delta S_e = \frac{\delta Q}{T_{\text{ext}}}$ .

Donc  $\delta S_c = \frac{\delta Q}{T} - \frac{\delta Q}{T_{\text{ext}}}$  strictement positif, et nul si et seulement si  $T = T_{\text{ext}}$ .

(on arrive au même résultat sous l'hypothèse isobare en utilisant  $dH$ , le 1er ppe isobare (à " $p = p_{\text{ext}}$ ") et la seconde identité)

## I.4 Étude de la compression A-B

12 - On utilise la relation de Mayer  $C_{p,m} - C_{v,m} = R$  et la définition  $\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{v,m}}$ .

On a donc  $C_{v,m} = \frac{C_{p,m}}{\gamma}$ , puis  $C_{p,m} - \frac{C_{p,m}}{\gamma} = R$ , d'où  $C_{p,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$ .

On veut toutefois l'expression de  $c_{p,\text{vap}}$ . On a la relation  $c_{p,\text{vap}} = \frac{C_{p,m}}{M}$ ,

donc  $c_{p,\text{vap}} = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}$ , avec  $r = R/M$ .

13 - Gaz parfait subissant une transformation adiabatique et réversible : on peut utiliser la loi de Laplace,

entre les états A et B :  $p_A^{1-\gamma} T_A^\gamma = p_B^{1-\gamma} T_B^\gamma$ , d'où  $T_B = T_A \times \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ .

Il nous manque la valeur de  $\gamma$  pour pouvoir faire l'application numérique.

14 - On voit dans les données numériques de l'énoncé que  $s_B > s_A$ .

D'après le second principe appliqué au fluide en écoulement entre les états A et B :  $s_B - s_A = s_e + s_c$ .

Or si l'on retient l'hypothèse d'une transformation adiabatique, on a  $s_e = 0$ .

Il reste donc  $s_c = s_B - s_A > 0$  : il y a irréversibilité.

15 - ★ Pour un gaz parfait on a  $\Delta h_{AB} = c_{p,\text{vap}}(T_B - T_A)$ , soit  $\Delta h_{AB} = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}(T_B - T_A)$ .

★ On se sert ensuite de la formule pour l'entropie d'un gaz parfait (qui se démontre à partir de  $c_{p,\text{vap}}dT = dh = Tds + vdp$  et  $pv = rT$ ) :  $s(T_A, p_A) = c_{p,\text{vap}} \ln T_A - r \ln p_A + A$ , et de même en B, puis par différence :

$$\Delta s_{AB} = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \ln \frac{T_B}{T_A} - r \ln \frac{p_B}{p_A}.$$

16 - On applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le compresseur} entre les états A et B :

$$\Delta h_{AB} + \Delta e_{c,AB} + \Delta e_{p,AB} = w_i + q.$$

Or on néglige  $\Delta e_{c,AB}$  et  $\Delta e_{p,AB}$ , et  $q = 0$  car la compression est supposée adiabatique. On a donc

$$w_i = h_B - h_A.$$

Il suffira de lire  $h_B$  et  $h_A$  dans les données.

17 - • a)  $w_i = w_{AB} = h_B - h_A = 318 - 275 = 43 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

• b)  $\Delta s_{AB} = s_B - s_A = 1.05 - 1.02 = 0.03 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

## I.5 Étude du passage dans le condenseur B-E

Le condenseur ne comporte aucune partie mobile.

18 - • a) L'enthalpie massique de vaporisation  $\Delta h_{\text{vap}}(p_1)$  du R407C sous la pression  $p_1$  fixée (mais à température non constante) est donnée par la différence entre l'enthalpie de la vapeur saturée sur la courbe de rosée à  $p_1$  et l'enthalpie du liquide saturé sur la courbe d'ébullition à  $p_1$  :

$$\Delta h_{\text{vap}}(p_1) = h_C - h_D, \quad \text{soit} \quad \Delta h_{\text{vap}}(p_1) = 160 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

• b) On applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le condenseur} entre les états B et E :

$$\Delta h_{BE} + \Delta e_{c,BE} + \Delta e_{p,BE} = w_i + q_{\text{cond}}.$$

Or on néglige  $\Delta e_{c,BE}$  et  $\Delta e_{p,BE}$ , et  $w_i = 0$  car il n'y a pas de parties mobiles dans le condenseur.

On a donc  $q_{\text{cond}} = h_E - h_B$ .

Il suffit de lire  $h_E$  et  $h_B$  dans les données :  $q_{\text{cond}} = 113 - 318 = -205 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

## I.6 Étude du passage dans le détendeur E-F

Le détendeur est un tube capillaire de cuivre, de 2 à 3 m de long, indéformable et qui n'échange pas de chaleur, chargé de créer une grande perte de charge entre le condenseur et l'évaporateur.

19 - On applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le détendeur} entre les états E et F :

$$\Delta h_{EF} + \Delta e_{c,EF} + \Delta e_{p,EF} = w_i + q.$$

Or on néglige  $\Delta e_{c,EF}$  et  $\Delta e_{p,EF}$ ,  $w_i = 0$  car il n'y a pas de parties mobiles dans le détendeur, et  $q = 0$  car on suppose qu'il est parfaitement calorifugé.

On a donc  $\Delta h_{EF} = 0$ , c'est-à-dire que la détente est isenthalpique.

20 - \* On a, entre les états E et F :  $\Delta s = s_F - s_E = 0.030 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

L'état F est entièrement liquide, alors que l'état E est liquide+vapeur. L'entropie massique de la phase vapeur étant plus grande que celle de la phase liquide (car un gaz est "plus désordonné" qu'un liquide), on pouvait s'attendre à une variation d'entropie positive.

Il est également raisonnable de justifier ce signe positif en notant que pour une évolution adiabatique  $\Delta s = s_{\text{créée}} \geq 0$ .

\* L'entropie échangée au cours de cette étape est nulle car il n'y a pas d'échanges thermiques :  $s_e = 0$ .

\* Pour obtenir l'entropie créée il faut appliquer le second principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le détendeur} entre les états E et F :  $\Delta s = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}}$ .

On en déduit  $s_{\text{créée}} = \Delta s = 0.030 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

21 - On donne dans l'énoncé les volumes massiques des phases vapeur et liquide au point F. Il faut donc les utiliser (comme ce n'est pas un corps pur on ne peut pas lire aussi simplement les valeurs de  $v$ ,  $s$  ou  $h$  des phases saturées sur la courbe de saturation, car elles ne correspondent pas simplement au même couple  $T$ ,  $p$ ).

On part de  $v = x_v v_v + x_l v_l = x_v v_v + (1 - x_l) v_l$ , et on isole  $x_v = \frac{v - v_l}{v_v - v_l}$ .

Il faut déterminer  $v$  au point F. On le fait approximativement grâce aux courbes iso- $v$  des diagrammes  $T$ - $s$  et  $p$ - $h$  :  $v \simeq 0.015 \text{ m}^3/\text{kg}$ , d'où  $x_v \simeq 29\%$ . (On peut négliger  $v_l$  devant  $v_v$  et  $v$  pour l'application numérique.)

## I.7 Étude du passage dans l'évaporateur F-A

L'évaporateur ne comporte aucune partie mobile.

22 - On applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans l'évaporateur} entre les états F et A :

$$\Delta h_{FA} + \Delta e_{c,FA} + \Delta e_{p,FA} = w_i + q_{\text{évap}}$$

Or on néglige  $\Delta e_{c,FA}$  et  $\Delta e_{p,FA}$ ,  $w_i = 0$  car il n'y a pas de parties mobiles dans l'évaporateur

On a donc  $q_{\text{évap}} = h_A - h_F$ , soit  $q_{\text{évap}} = 162 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  (se souvenir que  $h_F = h_E$ ).

## I.8 Coefficient de performance (COP)

23 - La grandeur utile est le transfert thermique cédé à l'intérieur de la maison, qui est  $-q_{\text{cond}}$ .

La grandeur coûteuse est le travail à fournir au fluide lors de la compression :  $w_{AB}$ .

L'énoncé veut que l'on prenne également en compte le rendement électro-mécanique et mécanique du compresseur. Le travail électrique à fournir au compresseur est ainsi  $w_{\text{elec}} = \frac{w_{AB}}{\rho_{\text{él}} \rho_m}$ .

Le COP est donc  $\text{COP} = \frac{-q_{\text{cond}} \rho_{\text{él}} \rho_m}{w_{AB}}$ .

24 - Il est de l'ordre de 3, 4 ou 5.

25 -  $\text{COP} = \frac{205}{43} \times 0.8$ , soit  $\text{COP} = 3.81$ .

26 - Un chauffage électrique convertit le travail électrique directement en transfert thermique. On peut donc dire que le COP est de 1. Ici le COP est meilleur : pour une unité de travail électrique consommé, on chauffe la maison avec 3.8 unité de transfert thermique.

Le désavantage est un coût plus élevé à l'installation et à l'entretien.

## I.9 Fonctionnement de l'installation domestique

27 - Au cours du refroidissement, la puissance thermique reçue algébriquement par l'air de la maison s'écrit :  $P_{\text{th,pertes}} = -kC[T(t) - T_e]$ , puissance comptée négativement. Dans cette expression,  $C$  désigne la capacité thermique de l'air intérieur,  $T(t)$  la température intérieure (supposée uniforme) à l'instant  $t$  et  $k$  une constante positive dépendant de l'isolation.

- a) Les pertes sont proportionnelles à la différence de température entre intérieur et extérieur. C'est ce que l'on obtient dans le cadre d'un modèle de conduction thermique en régime stationnaire dans des murs/fenêtres supposés plans, notamment avec le formalisme des résistances thermiques.

Le signe moins est justifié car par exemple si  $T(t) > T_e$ , alors il y a effectivement des pertes, donc l'air de la maison reçoit un transfert thermique négatif, il faut donc  $P_{th,pertes} < 0$ . C'est bien le cas grâce au signe moins.

**Remarque :** La notation de l'énoncé prête à confusion, puisque  $P_{th,pertes}$  est une puissance reçue par la maison alors même qu'on utilise l'indice "pertes". Ce sont des pertes reçues... Il aurait mieux valu le noter  $P_{th,reçue}$ .

- b) On utilise le premier principe appliqué au système {air dans la maison} entre les instants  $t$  et  $t + dt$  :

$$dU = \delta W + \delta Q_{reçu}.$$

Or le volume de la maison restant constant, on a  $\delta W = 0$ .

On a également  $\delta Q_{reçu} = P_{th,pertes} dt$

Et on utilise  $dU = C dT$  en supposant que l'air de la pièce se comporte comme un gaz parfait.

On a donc finalement  $C dT = P_{th,pertes} dt$ , d'où

$$C \frac{dT}{dt} = -kC[T(t) - T_e], \quad \text{soit encore} \quad \boxed{\frac{dT}{dt} + kT(t) = kT_e.}$$

- c) \* On résout l'équation précédente : la solution homogène est  $T_H(t) = Ae^{-kt}$ , la solution particulière est  $T_P = T_e$ .

La solution est donc  $T(t) = T_H(t) + T_P = Ae^{-kt} + T_e$ .

On détermine la constante avec  $T(0) = T_h$ . On a donc finalement  $\boxed{T(t) = (T_h - T_e)e^{-kt} + T_e.}$

\* Enfin, on a  $T_\tau = (T_h - T_e)e^{-k\tau} + T_e$ , et on isole  $\boxed{k = \frac{1}{\tau} \ln \left( \frac{T_h - T_e}{T_\tau - T_e} \right) = \frac{1}{\tau} \ln 2.}$

- 28 - \* On note  $P_{pac}$  la puissance fournie par la PAC au logement. En régime stationnaire cette puissance compense exactement les pertes, donc on a  $P_{pac} = -P_{th,pertes} = kC(T_h - T_e)$ .

D'autre part on a la relation entre débit massique et transfert thermique massique :  $P_{pac} = D_{m,fl} \times |q|$ .

D'où  $\boxed{D_{m,fl} = \frac{kC(T_h - T_e)}{|q|}.$

\* On a  $\boxed{P_{él} = \frac{P_{pac}}{COP} = \frac{kC(T_h - T_e)}{COP}.$

- 29 - On applique le premier principe au système ouvert {air en écoulement dans l'échangeur thermique} entre l'entrée et la sortie de l'échangeur :

$$\Delta h_{air} = q_{reçu,air} + w_i.$$

Or il n'y a pas de parties mobiles, donc  $w_i = 0$ .

De plus dans le modèle du gaz parfait on a  $\Delta h_{air} = c_{p,a} \Delta T_a$ .

On a  $q_{reçu,air} = \frac{P_{reçu,air}}{D_{m,a}}.$

Enfin, l'échangeur étant supposé calorifugé on a  $P_{reçu,air} = P_{pac} = D_{m,fl} \times |q|$ .

De tout ceci on en déduit l'expression  $\boxed{D_{m,a} = \frac{D_{m,fl}|q|}{c_{p,a}\Delta T_a}.$

30 -  $\boxed{k = \frac{\ln 2}{\tau} = 1.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1},}$

$\boxed{P_{él} = \frac{kC(T_h - T_e)}{COP} = 2.50 \text{ kW},}$

$\boxed{D_{m,fl} = \frac{kC(T_h - T_e)}{|q|} = 50.0 \text{ g/s},}$

$\boxed{D_{m,a} = \frac{D_{m,fl}|q|}{c_{p,a}\Delta T_a} = 1.00 \text{ kg/s}.}$

Principe de l'installation

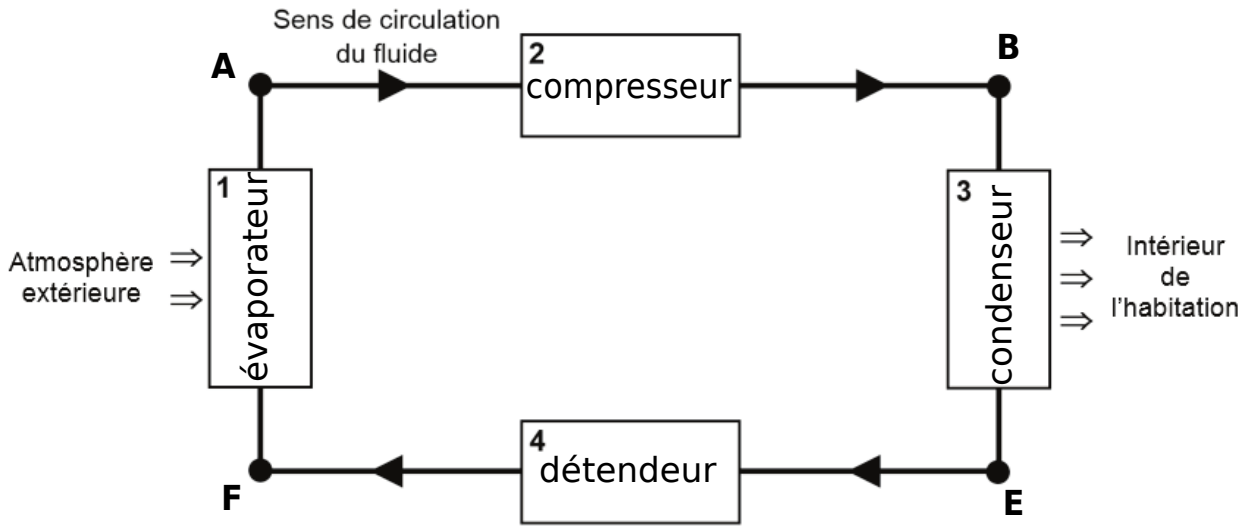


Figure f.2

Diagramme  $P = f(v)$  du R 407C

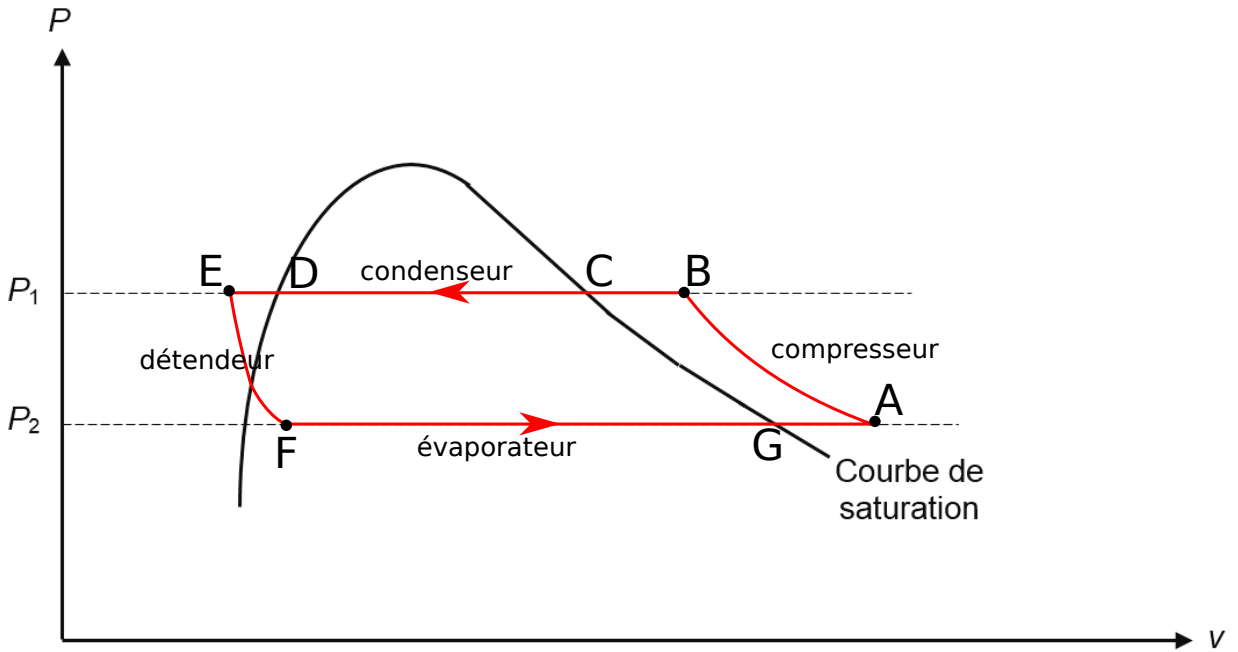


Figure f.3

Diagramme  $\log P = f(h)$

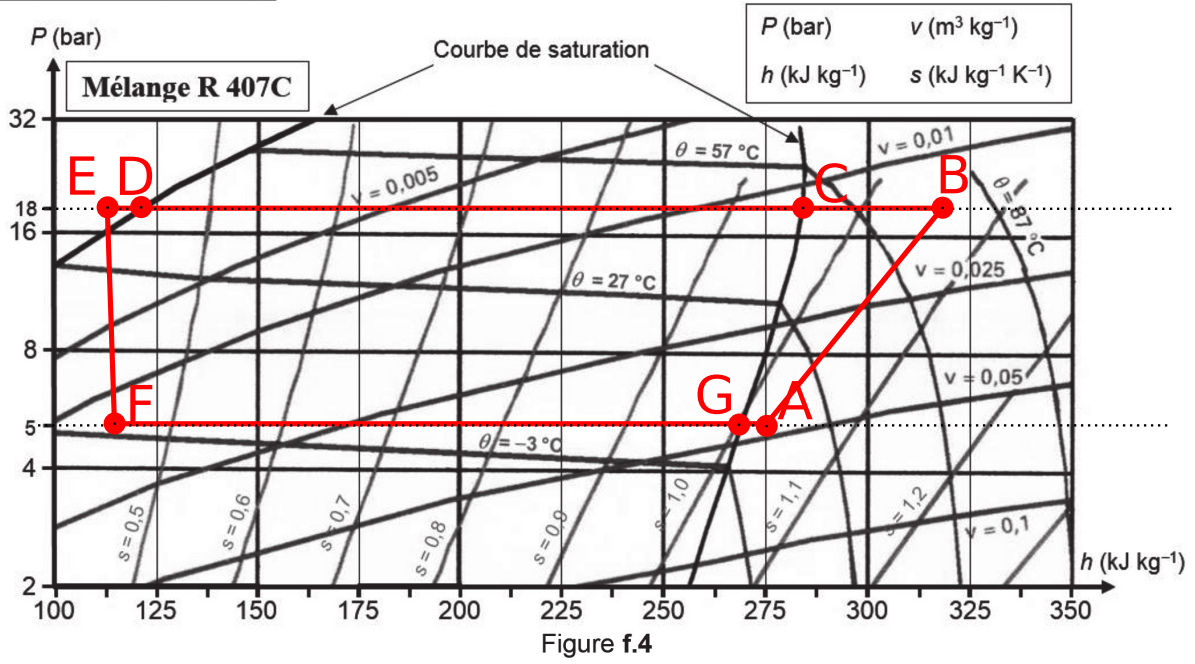
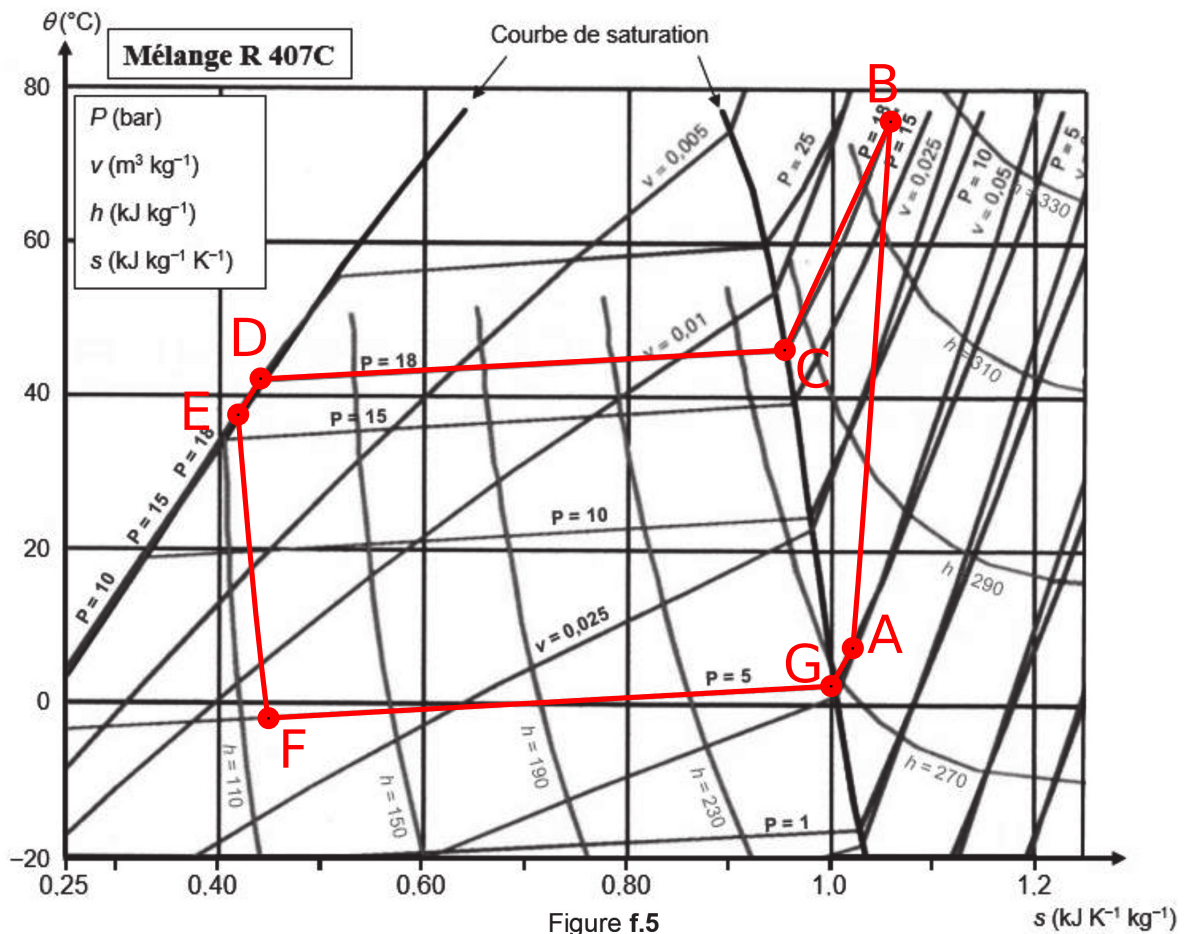


Diagramme  $\theta = f(s)$



2

## II Réservoir d'eau

D'après oral CCS 2015 (mais largement adapté).

Avant tout, faire un schéma.

- 31.** Dans cette cuve, 15 L correspond à  $15 \times 10^{-3} / (\pi \cdot 0.25^2) = 7.6$  cm de hauteur d'eau. Ceci est peu comparé à la hauteur  $h = 1.8$  m. On peut donc supposer  $z = \text{cst} = h$  pendant tout le remplissage de l'arrosoir.
- 32.** Notons  $A$  le point à la surface de l'eau,  $B$  le point en sortie de la cuve. On prend un axe  $z$  vers le haut, d'origine en  $B$ .

On suppose l'écoulement parfait, incompressible, et le régime stationnaire. On applique la relation de Bernoulli le long d'une ligne de courant entre  $A$  et  $B$  :

$$\frac{p_B}{\mu} + \frac{1}{2}v_B^2 + gz_B = \frac{p_A}{\mu} + \frac{1}{2}v_A^2 + gz_A.$$

Or on a  $p_B = p_A = p_0$  car ces points sont à l'air libre,  $v_A \ll v_B$  car  $d \ll a$  et par conservation du débit volumique  $v_A a^2 = v_B d^2$ , et  $z_B = 0$  et  $z_A = h$ .

Finalement il reste  $\frac{1}{2}v_B^2 = gh$ , d'où  $v_B = \sqrt{2gh}$ .

On obtient  $v_B = 6.0$  m/s.

- 33.** On a donc, en notant  $S = \pi d^2/4$  la section du trou de sortie, un débit volumique  $D_v = Sv = \pi \frac{d^2}{4} \sqrt{2gh}$ .

Le temps de remplissage d'un volume  $V = 15$  L est  $T = \frac{V}{D_v}$ .

On isole  $d$  dans la formule précédente :  $d = \left( \frac{4V_{\text{arr}}}{\pi T \sqrt{2gh}} \right)^{1/2}$ , et on obtient un diamètre  $d = 1.0$  cm.

- 34. a.** On a à nouveau  $v_B(t) = \sqrt{2gz(t)}$  avec  $z(t)$  la hauteur d'eau dans la cuve. Soit  $S_A = \pi a^2$  la section du réservoir d'eau, et  $S = \pi d^2/4$  la section du trou de sortie. La vitesse de la surface libre de l'eau est notée  $v_A$ . On a, par conservation du débit volumique car l'écoulement est incompressible :  $v_A S_A = v_B S$ . Or  $v_A = -\frac{dz}{dt}$  car il s'agit de la vitesse de la surface de l'eau dans le réservoir. Il y a un signe moins car  $z$  décroît (donc  $dz/dt < 0$ ) alors que  $v_A > 0$  par convention ici. On a donc l'équation

$$-\frac{dz}{dt} = v_0 = \frac{S}{S_A} v(t) = \frac{S}{S_A} \sqrt{2gz(t)} = \frac{d^2}{a^2} \sqrt{2gz(t)},$$

soit encore

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{d^2}{a^2} \sqrt{2gz(t)}.$$

C'est une équation sur  $z(t)$ .

- b.** On sépare les variables :  $-\frac{dz}{\sqrt{z}} = \frac{d^2}{a^2} \sqrt{2g} dt$ .

On l'intègre entre  $t = 0$  (où  $z = h$ ) et  $t_f$  (où  $z = 0$  car cuve vide) :

$$\begin{aligned} -\int_{z(0)=h}^{z(t_f)=0} \frac{dz}{\sqrt{z}} &= \int_0^{t_f} \frac{d^2}{a^2} \sqrt{2g} dt \\ \int_0^h \frac{dz}{\sqrt{z}} &= \frac{d^2}{a^2} \sqrt{2g} t_f \\ [2\sqrt{z}]_0^h &= \frac{d^2}{a^2} \sqrt{2g} t_f \end{aligned}$$

$$t_f = \sqrt{\frac{2h a^2}{g d^2}} = 25 \text{ min.}$$

- 35. a.** Il faut évaluer la vitesse  $V$  du fluide. En première approximation on peut prendre la vitesse en bas de la cuve en l'absence de pertes de charge :  $V = \sqrt{2gh} = 6.0$  m/s. On a une rugosité relative  $\epsilon/D = 0.0001$ ,  $Re = 2.4 \times 10^5$ ,  $\lambda = 0.016$ , et  $\Delta p_C = 0.06$  bar.



- b. En appliquant la relation de Bernoulli entre la surface libre de l'eau au sommet du réservoir (point A) et la sortie du tuyau 1 m plus loin (point E), on a

$$\frac{1}{2}\rho v_E^2 = \rho gh - \Delta p_C = 0.18 - 0.06 = 0.12 \text{ bar.}$$

On isole ensuite la vitesse  $v_E = \sqrt{2 \frac{\rho gh - \Delta p_C}{\rho}}$ , soit  $v_E = \sqrt{2 \times 0.11 \times 10^5 / 10^3} = 4.9 \text{ m/s}$ .